TTM ROMPECABEZAS MATEMÁTICOS

Se denomina *rompecabezas* a un problema o un acertijo que resulta difícil de solucionar; así como a algunos tipos de pasatiempos.

Los pasatiempos y rompecabezas podrían agruparse en tres grandes grupos: acertijos y juegos de palabras; juegos físicos y mecánicos y juegos matemáticos y de lógica.

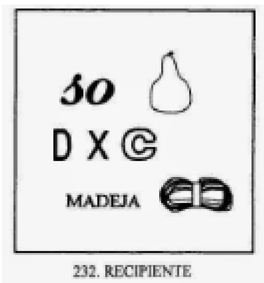
Acertijos y juegos de palabras:

Acertijos:

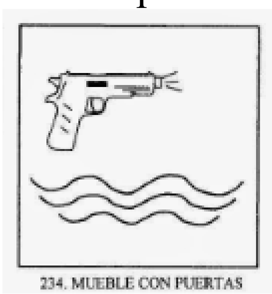
Están considerados como los primeros rompecabezas. En la mitología griega, es muy célebre el de Edipo, quien en su camino a Tebas se topó con una esfinge custodiando el acceso a la ciudad. La criatura le imponía un acertijo a todos los llegaban a la ciudad, y devoraba a todos los que fracasaban en su resolución. El acertijo era el siguiente: "¿Cuál es la criatura que en la mañana camina en cuatro patas, al mediodía en dos y en la noche en tres?" A lo que Edipo respondió: "El hombre, pues gatea en su infancia, camina durante su vida y cuando llega a viejo se apoya en un bastón para andar". El mito dice que, al ser derrotada, la esfinge enfureció tanto que se arrojó por un acantilado, y la ciudad de Tebas fue liberada, coronando a Edipo como su rey.

Jeroglíficos:

Los jeroglíficos combinan palabras, símbolos y dibujos, y se han encontrado en cartas efesias escritas en el siglo VI a.C. Los jeroglíficos egipcios contienen muchos ejemplos y en la actualidad son muy populares como pasatiempos.



232. RECIPIENTE


234. MUEBLE CON PUERTAS

. CAVIDAD

Crucigramas:

El crucigrama lo inventó Arthur Wynne y se publicó por primera vez el 21 de diciembre de **1913** en el *New York World.* Aunque fue muy popular desde su aparición, once años después Simon & Schuster publicaron el primer libro de crucigramas y se convirtió en un pasatiempo nacional (es un ejemplo de rompecabezas dependiente del idioma y/o la cultura, ya que se basa en un lenguaje específico y se articula a través de un alfabeto).

Rompecabezas físicos y mecánicos:

Laberintos:

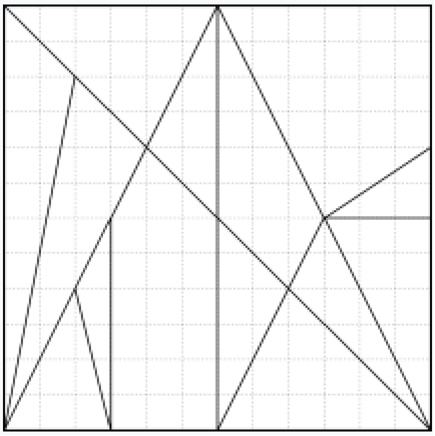
En Japón y otras partes del mundo abundan los grandes laberintos de tamaño real. En el palacio de Hampton Court, cerca de Londres, hay uno famoso del siglo XVII.

Laberinto Parque Tentegorra, Cartagena

Mucho más comunes son los pasatiempos de laberintos para resolver a lápiz.

Rompecabezas geométricos:

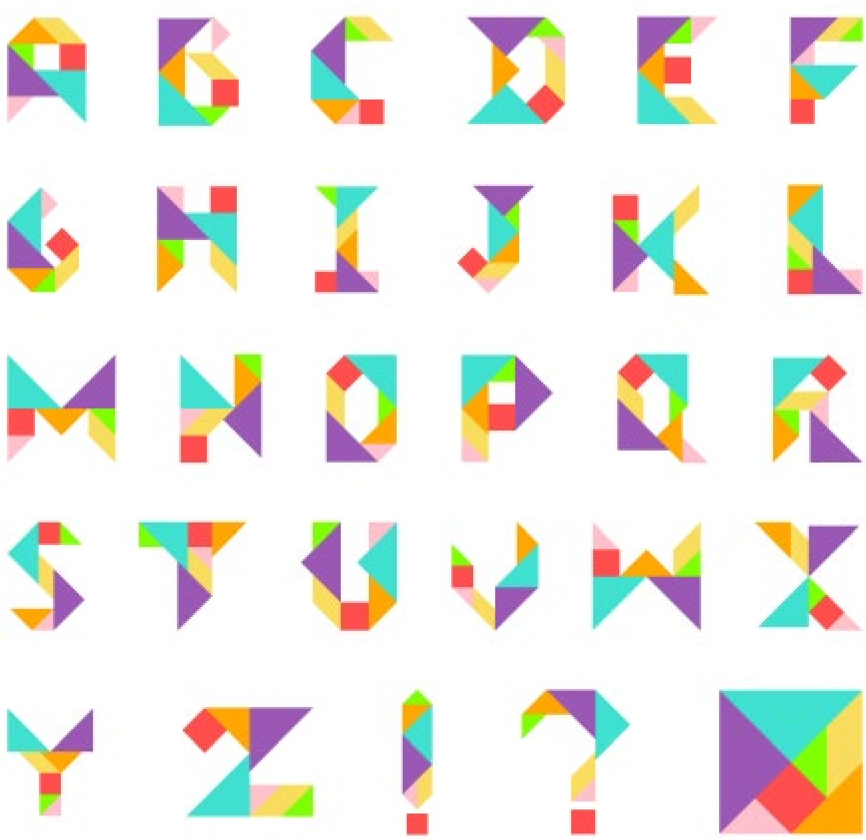
Arquímedes estudió, y quizá diseñó, rompecabezas geométricos en el siglo III a.C. Su *Loculus* llamado también Stomachion (**'problema para volverse loco'**), consiste en catorce piezas diferentes encajadas como un puzzle en una cajita cuadrada (una especie de tangram) con las que puede formarse un número muy grande de figuras (17152).



El Tangram chino, popular desde 1800, emplea siete piezas de forma geométrica, cortadas a partir de un cuadrado, para formar un sinfín de posibilidades de siluetas muy sugerentes de personas, animales y cosas.

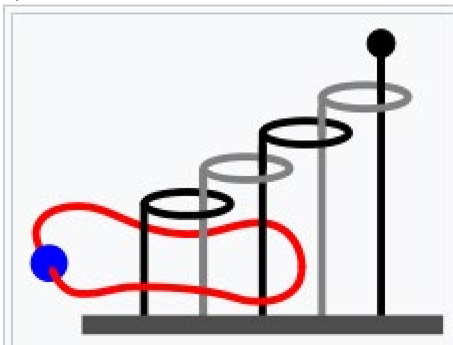
Tangram

La pregunta de cuántas figuras se pueden formar con el tangram no tiene una respuesta exacta, sin embargo, se estima que se pueden crear alrededor de 1700 figuras distintas utilizando todas las piezas del tangram.

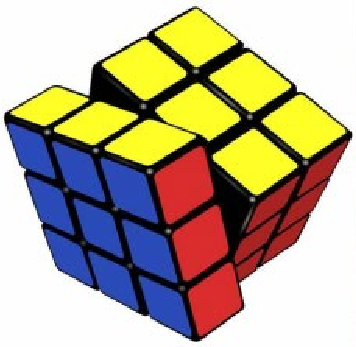


En cuanto a los rompecabezas mecánicos o manuales, destacan los que inventó John Spilsbury hacia 1760 como juego educativo.

Al tipo de rompecabezas de movimiento pertenecen los solitarios descritos por G. W. Leibniz hacia 1600, los anillos chinos (*Baguenaudier*) explicados por Jerome Cardan en 1550, que es un rompecabezas de desentrelazamiento, consistente en sacar un bucle de una secuencia de anillos enlazados mediante pilares. El bucle puede ser flexible (una cuerda o cadena) o una estructura rígida (otro anillo). El nombre "*Baguenaudier*" es francés, y significa "**pérdida de tiempo**". Era utilizado por los campesinos franceses como mecanismo de cierre (por ejemplo, para atar las riendas de las caballerías)

Los pentominós, el cubo de Rubik, cubo Soma, Torres de Hanoi, son del mismo tipo de rompecabezas físicos de movimiento.



Juegos matemáticos y de lógica

En el siglo IX, el erudito inglés Alcuino de York (Es considerado el primer ministro de Educación de la Historia) describió en una de sus obras los famosos rompecabezas o acertijos lógicos en los que un hombre debe cruzar un río, por ejemplo, con una cabra, un lobo y un cesto de coles a bordo de una barca que sólo aguanta su peso y una de sus mercancías. Si cruza son el lobo y deja a la cabra y el cesto de coles, la cabra se comerá el cesto de coles y si se lleva el cesto, el lobo se comerá a la cabra. La solución se resume de la siguiente manera:

---

1. Deja a la cabra al otro lado
2. Vuelve
3. Deja al lobo en el otro lado
4. Regresa con la cabra
5. Deja la col en el otro lado
6. Vuelve
7. Deja la cabra al otro lado

De modo, que hay siete pasos: cuatro hacia la derecha y tres hacia la izquierda.

ROMPECABEZAS MATEMÁTICOS

Cuadrados latinos

Un cuadrado latino es una cuadrado de $n \times n$ elementos en la que cada casilla está ocupada por uno de los n símbolos, de tal modo que cada uno de ellos aparece exactamente una vez en cada columna y en cada fila.

Se observa fácilmente que existe al menos un cuadrado latino para cada orden n, sin más que poner los números 1, 2,…, n en la primera fila y luego ir desplazándolos sucesivamente en las siguientes.

1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
3	4	5	1	2
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4

Hay tipos especiales de cuadrados latinos, como los cuadrados greco-latinos o cuadrados de Euler ($C + V = A + 2$). Éstos, son cuadrículas cuadradas $n \times n$ de elementos de dos conjuntos S y T, ambos con n elementos, cada celda conteniendo un par ordenado (s, t), donde s es un elemento de S y t es un elemento de T, de forma que cada elemento de S y cada elemento de T aparezca exactamente una vez en cada fila y en cada columna y que no haya dos celdas conteniendo el mismo par ordenado.

Aα	Bγ	Cβ
Bβ	Cα	Aγ
Cγ	Aβ	Bα

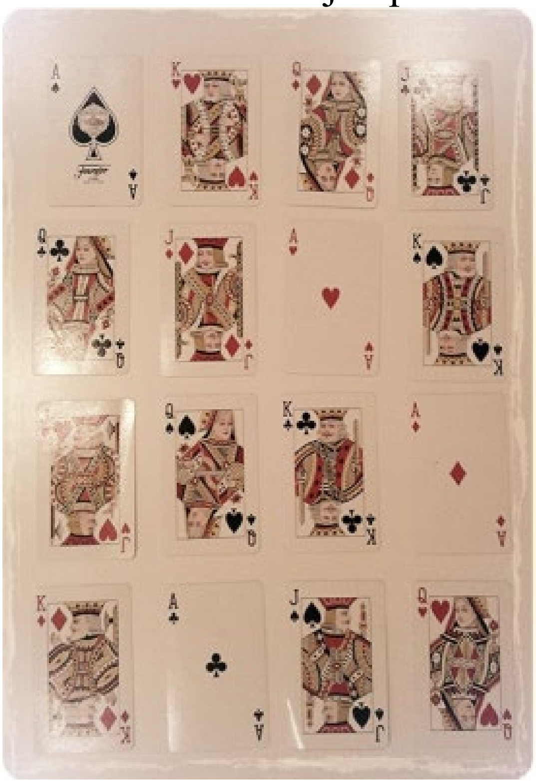
Una definición formal es debida a Leonhard Euler, quien en 1799 estaba interesado en dar solución al llamado *Problema de los 36 oficiales*. Dicho problema consiste en ver si es posible colocar en un cuadrado de tamaño 6×6, a treinta y seis oficiales de seis regimientos diferentes y que de cada regimiento haya uno de seis rangos distintos, de forma que no coincidan dos oficiales del mismo rango o del mismo regimiento en ninguna fila y en ninguna columna.

Euler demostró que el problema podía resolverse siempre que el lado del cuadrado fuese impar o múltiplo de cuatro (par de clase par) y conjeturó que no existía ninguna solución posible cuando era impar de clase par (múltiplo de 2 que no es múltiplo de 4). Gaston Tarry en 1901 demostró la conjetura de Euler para el orden 6. En 1960, Parker, Bose, y Shrikhande demostraron que la conjetura de Euler es falsa para todo $n \geq 10$. Por lo tanto, existen cuadrados greco-latinos de lado n para todos los $n \geq 3$, excepto $n = 6$.

ACTIVIDAD (Para casa):

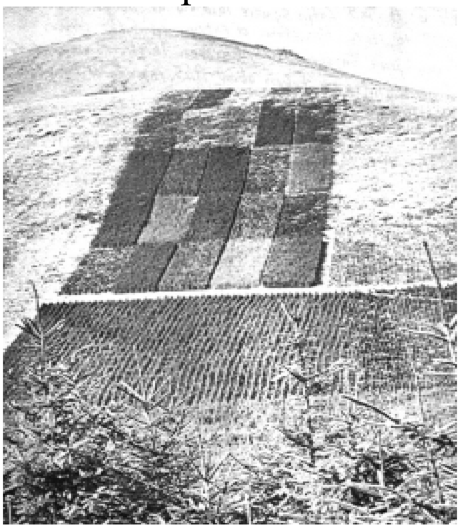
Colocar los reyes, reinas, jotas y ases de una baraja de cartas, formando un cuadrado 4 x 4, tal que cada fila y cada columna contenga una vez y solo una vez, cada una de las figuras y cada uno de los palos. (La solución no es única)

SOLUCIÓN: Por ejemplo



El estadístico inglés Ronald Fisher, usó los cuadrados greco latinos para mejorar los métodos agrícolas, cuando se hallaba investigando la eficacia de los fertilizantes en el rendimiento de las cosechas donde se identifiquen determinados momentos del día. Así, cada pareja momento-fertilizante se aplicará en una única parcela.

En la siguiente fotografía tenemos un ejemplo del diseño del experimento. Fue elaborado en 1926, y llevado a la práctica en 1929 en el Bosque Beddgelert, en el norte de Gales, para estudiar el comportamiento de cinco tipos de árboles.



NOTAS PREVIAS:

1. **En los siguientes rompecabezas se considera que están bien diseñados solo si tiene una solución única.**

2. **Usa un lápiz en lugar de un bolígrafo para todos las ACTIVIDADES. Cometerás muchos errores y este útil hará que tu trabajo sea mucho más limpio y sencillo.**

Sudokus

El sudoku es sin lugar a dudas uno de los rompecabezas más populares de los últimos tiempos, que ha tenido además un desarrollo vertiginoso. Todo el mundo lo relaciona con las matemáticas porque hay que colocar números en sus casillas, aunque su relación con esta ciencia es más profunda.

Desde que se diera a conocer internacionalmente el verano de **2005**, el sudoku se ha convertido en todo un fenómeno de masas. Tenemos sudokus en los periódicos, revistas de sudokus, sudokus en todos los dispositivos electrónicos existentes (móviles, tabletas, ordenadores, etc.),

El sudoku normal es un tipo particular de cuadrado latino que consiste en una cuadrícula de 9 x 9 celdas, dividida en 9 regiones de 3 x 3 celdas, y hay que rellenar las 81 celdas con las cifras del 1 al 9 (partiendo de una situación inicial en la que algunos números ya están colocados en algunas de las celdas), **de manera que no se puede repetir ninguna cifra en una misma fila, columna o región**. El juego moderno fue creado en la década de **1970** por el arquitecto jubilado estadounidense y diseñador de pasatiempos Howard Garns (1905-1989) y publicado bajo en nombre *number place* en la revista *Dell Pencil Puzzles & Word Games*.

Maki Kaji, presidente de la editorial **Nikoli**, especializada en juegos y pasatiempos, en particular, rompecabezas lógicos, lo exportó a Japón y empezó a publicarlo en **1984** en su revista *Monthly Nikolist* bajo el nombre *Suji wa dokushin ni kagiru* (**los números deben estar solos**), que se abrevió a *Su Doku*. Su expansión por el resto del mundo vino de la mano del juez retirado neozelandés, residente en Hong Kong, Wayne Gould, quien desarrolló un programa de ordenador para crear sudokus. En **2004** empezaron a publicarse sudokus en periódicos británicos, como *The Times* y *The Guardian*, y acabó convirtiéndose, desde 2005, en un rompecabezas muy popular que aparecía en la mayoría de los periódicos del mundo.

El primer Campeonato Mundial de Sudoku se celebró en Lucca (Italia) en **2006** y desde entonces se ha venido celebrando anualmente (salvo en los años 2020 y 2021, debido a la pandemia del coronavirus).

Hay una variante que aumenta un poco la dificultad, que es el Sudoku X que se resuelve exactamente de la misma manera que el Sudoku clásico, completando los números del 1 al 9 en los campos vacíos. La principal diferencia en el X-Sudoku es que no puede repetir los números en cualquiera de las dos diagonales principales de la cuadrícula

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

La figura anterior es un típico sudoku, en el que aparecen algunos números, pero las demás casillas están vacías y hay que rellenarlas siguiendo las reglas del rompecabezas.

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

Solución del sudoku anterior

En general, se pueden considerar sudokus de orden n^2 con regiones de tamaño n x n. El caso más sencillo, es el de los *shidoku*, que son sudokus de tamaño 4 x 4. No es difícil ver que existen 288 soluciones de shidoku distintas.

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

La relación del sudoku con las matemáticas no es que se utilicen números, ya que se podrían utilizar letras, colores o cualesquiera otros símbolos, sino que es de tipo combinatorio, está basada en la relación entre las diferentes posiciones de los símbolos (números) en las filas, columnas y regiones.

El problema del mínimo número de casillas rellenas, era hasta hace poco un problema abierto sobre el cual ya hacía tiempo que se estaba trabajando. Pero el **1 de enero de 2012** pasó a convertirse en un problema resuelto. Se demostró que **el número mínimo de casillas que debe traer rellenas un sudoku para que pueda tener solución única es 17**. Esto significa que todo sudoku (que tenga solución) con 16 casillas rellenas o menos, seguro que tendrá más de una solución. Los artífices de esta demostración fueron Gary McGuire, Bastian Tugemann y Gilles Civario, de la School of Mathematical Sc (University College Dublin, Ireland, en su trabajo *There is no 16-Clue Sudoku: Solving the Sudoku Minimum Number of Clues Problem*. En este artículo, de solamente 36 páginas, se demostró que no hay sudokus con 16 casillas rellenas de principio que tengan solución única mediante el estudio de todos los posibles resultados. Es decir, McGuire y su equipo estudiaron todos los posibles sudokus con 16 números colocados de principio y vieron que ninguno de ellos tenía solución única. Para no tener que comprobarlo en todos los casos posibles, **$6.670_3903.752_2021.072_1936.960$**

cuadrículas de Sudoku que se pueden resolver y que dan un resultado único estudiaron posibles simplificaciones atendiendo, por ejemplo, a ciertos tipos de simetrías. Obtuvieron así que tenían que estudiar unos **5500 millones** de sudokus esencialmente distintos, una ardua tarea que realizaron mediante software (el número de cuadrados latinos 9×9 es alrededor de un millón de veces más grande: **$5.524_{4}751.496_{3}156.892_{2}842.531_{1}225.600$**).

Aparte de este resultado, existe también otro resultado matemático referente a la solución única de un sudoku, relacionado con **el número máximo de dígitos iniciales**. ¿Cuál es **el máximo número de dígitos iniciales que un sudoku puede tener sin que éste tenga solución única**? La respuesta es **77**. En general un sudoku de dimensión nxn que tenga menos de $n^2 - 4$ puede no tener solución única.

El número de dígitos iniciales en los sudokus parece tener una importancia fundamental a la hora de resolverlos. Es comúnmente aceptado que el número de éstos determina la dificultad de un sudoku. Sin embargo, aunque resulte sorprendente, la cantidad de dígitos iniciales apenas afecta a la dificultad del sudoku, e incluso puede no afectar en absoluto. De hecho la resolución de un sudoku está basada en la relevancia y posición de lo dígitos, más que en la cantidad de éstos.

ACTIVIDAD:

Resolver los siguientes sudokus

1	2		
		3	2

1	2		
		3	1

3	2		
		2	1

2			
			1
1			
			4

4			3		8			6
2	3			6		4		
		9	4			7		
8	9		7					
5						9	1	
	6							7
		8		1			4	3
	4	1					6	
			8		2		7	

	3			8				1
		7	4		1		5	
9				5		2		
		2			5		1	
3			2	1		5		
5	9			6				2
		6	5		2			
		9	6				2	7
					8		6	5

SOLUCIONES:

1	2	4	3
3	4	2	1
2	3	1	4
4	1	3	2

4	3	1	2
1	2	4	3
2	4	3	1
3	1	2	4

1	4	3	2
3	2	1	4
4	3	2	1
2	1	4	3

2	1	4	3
4	3	2	1
1	4	3	2
3	2	1	4

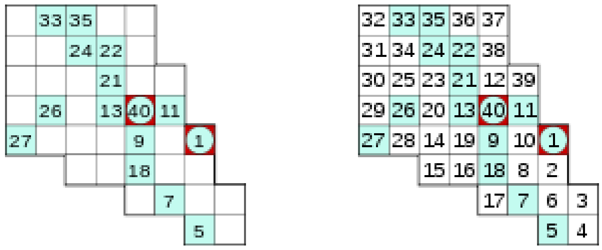
4	1	5	3	7	8	2	9	6
2	3	7	1	6	9	4	8	5
6	8	9	4	2	5	7	3	1
8	9	3	7	5	1	6	2	4
5	7	4	2	3	6	9	1	8
1	6	2	9	8	4	3	5	7
9	2	8	6	1	7	5	4	3
7	4	1	5	9	3	8	6	2
3	5	6	8	4	2	1	7	9

2	3	5	9	8	6	7	4	1
6	8	7	4	2	1	9	5	3
9	1	4	3	5	7	2	8	6
4	7	2	8	3	5	6	1	9
3	6	8	2	1	9	5	7	4
5	9	1	7	6	4	8	3	2
1	4	6	5	7	2	3	9	8
8	5	9	6	4	3	1	2	7
7	2	3	1	9	8	4	6	5

HIDATOS

Hidato (término originario de la palabra hebrea Hida = **acertijo**) es un juego de lógica creado por el Dr. Gyora Benedek, un matemático israelí.

El objetivo de Hidato es **rellenar el tablero con números consecutivos que se conectan horizontal, vertical o diagonalmente.** Los puzzles **Numbrix**, creados por Marilyn Vos Savant, son similares a Hidato excepto por los movimientos diagonales, que no están permitidos.



Hidato con su solución

En cada juego de Hidato, los números mayor y menor están marcados (con un círculo, por ejemplo) en el tablero. Hay algunos números más en el tablero para ayudar a dirigir al jugador sobre cómo empezar a resolverlo y para asegurarse de que ese Hidato tiene solución única. Se suele jugar en una cuadrícula como Sudoku o Kakuro, pero también existen tableros hexagonales u otros más irregulares con figuras como corazones, calaveras,...

Hay periódicos como ELPAÍS que publican puzzles de Hidato en sus páginas. Dicen en el *New York Times* que puede llegar a ser el sucesor del Sudoku, así que atención. Actualmente, juegos Hidatos aparecen en más de 60 periódicos de todo el mundo.

Como en muchos juegos de lógica, la técnica básica de resolución consiste en analizar las posibilidades de cada número de estar presente en cada casilla. **Una clave para la resolución es que no tiene que construirse en orden ascendente (o descendente); se puede construir por partes**, con piezas a partir de diferentes datos. El siguiente ejemplo demuestra cómo resolver un rompecabezas de Hidato.

	8		4
			3
	10		1
12		16	15

Los círculos indican que el número más bajo en la cuadrícula es 1 y el más alto es 16. Comenzamos tratando de completar la cadena del 1 al 3. Hay dos lugares posibles para colocar el 2.

	8		4
		2	3
	10	2	1
12		16	15

No está claro cuál es la posición correcta. Por lo tanto, buscamos otras conexiones que proporcionen las pistas necesarias para colocar el 2.

A medida que se explora el rompecabezas, también puede ver que no hay suficiente información para resolver las cadenas 4 a 8, 8 a 10 y 10 a 12. Sin embargo, solo hay una forma de conectar 12 a 15. Al trabajar hacia atrás, se puede deducir la única posición posible para el 14 porque el 15 solo tiene una caja conectada a ella.

	8		4
			3
	10	14	1
12		16	15

Con el 14 colocado en la cuadrícula, se revelan las ubicaciones del 2 y el 13.

	8		4
		2	3
	10	14	1
12	13	16	15

Ahora, los números 5, 6 y 11 también tienen posiciones exactas.

	8	5	4
	6	2	3
11	10	14	1
12	13	16	15

Los números finales ahora se pueden colocar para completar el rompecabezas.

7	8	5	4
9	6	2	3
11	10	14	1
12	13	16	15

Estas estrategias se pueden usar para resolver todos los niveles de los rompecabezas de Hidato

ACTIVIDAD:

Resolver los siguientes Hidatos

5		2
	1	
7		9

9		
7	1	
6		4

1	9	
2		7
		6

1		4	
2	13		7
		8	
16	15		10

	1	10	
5		11	
4		7	
16		14	

SOLUCIONES:

5	4	2
6	1	3
7	8	9

9	8	2
7	1	3
6	5	4

1	9	8
2	3	7
4	5	6

1	9	8
2	4	7
3	5	6

1	3	4	5
2	13	6	7
14	12	8	9
16	15	11	10

2	1	10	9
5	3	11	8
4	6	7	12
16	15	14	13

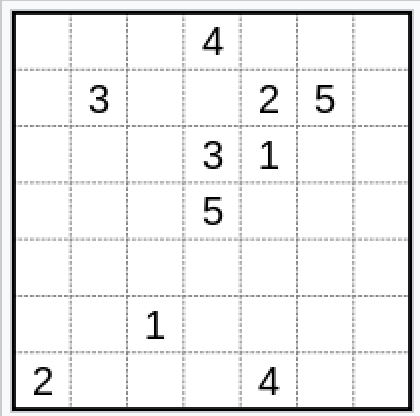
NUMBERLINK (ENLACE NUMÉRICO)

Numberlink es un tipo de rompecabezas lógico que consiste en encontrar caminos para conectar números en una cuadrícula. En **1897**, se imprimió una forma ligeramente diferente del rompecabezas en el *Brooklyn Daily Eagle* , en una columna de Sam Loyd .Otra versión impresa temprana de *Number Link* se puede encontrar en el libro de Henry Ernest Dudeney *Amusements in mathematic* (**1917**) como *un rompecabezas para automovilistas* (rompecabezas n.° 252). Nikoli popularizó este tipo de rompecabezas en Japón como *Arukone* (*Alphabet Connection*) y *Nanbarinku* (*Number Link*). La única diferencia entre Arukone y Nanbarinku es que en Arukone las pistas son pares de letras, mientras que en Nanbarinku las pistas son pares de números.

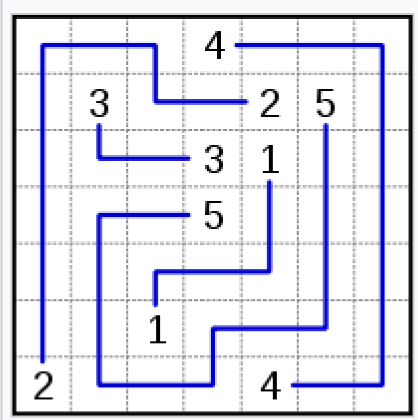
Se han lanzado versiones de este conocido como *Wire Storm*, *Flow Free* y *Alphabet Connection* como aplicaciones para iOS , Android y Windows Phone

Reglas: El jugador tiene que emparejar todos los números coincidentes en la cuadrícula con líneas continuas individuales (o caminos). **Las líneas no pueden bifurcarse o cruzarse entre sí**, y los números deben caer al final de cada línea (es decir, no en el medio).

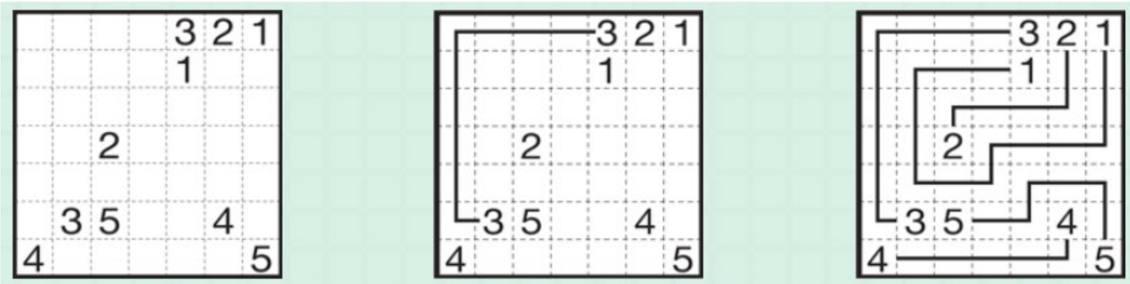
TODAS las celdas de la cuadrícula deben están con algún camino, (aunque algunos diseñadores de Numberlink no lo estipulan).



Un ejemplo simple de un rompecabezas Numberlink

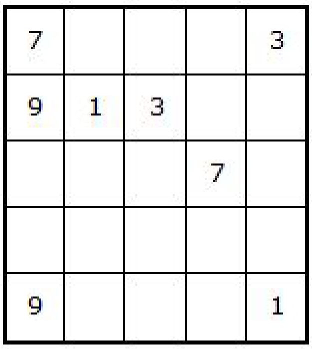


Solución al rompecabezas Numberlink

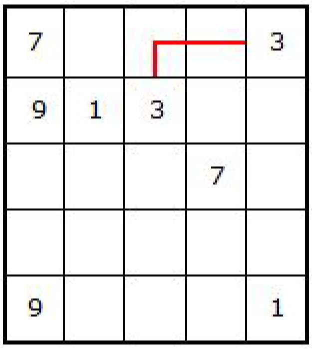


ejemplo | progreso a mitad de camino | respuesta

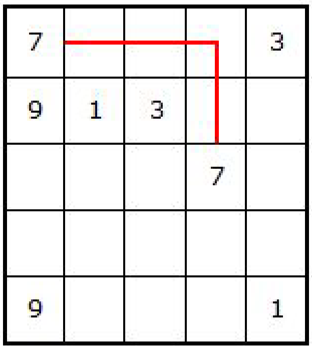
A continuación desarrollamos un ejemplo sencillo :

Explicación	Imagen
Así es como se ve un Arukone. El objetivo es que todos los dígitos iguales deben estar conectados entre sí sin cruzarse las líneas. Las líneas solo se pueden dibujar en forma vertical u horizontal.	

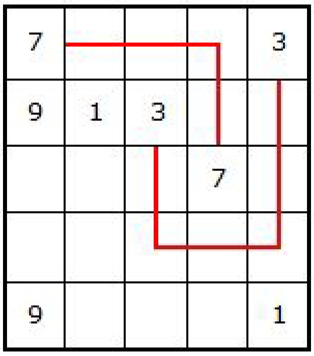
Si se dibuja la conexión entre los dos dígitos 3 de esta manera, surge el problema de que los dos 7 ya no se pueden conectar.



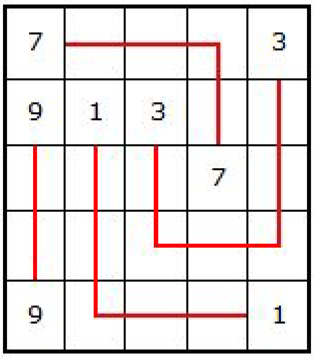
Entonces, comenzamos de nuevo, primero conectamos los dos 7.



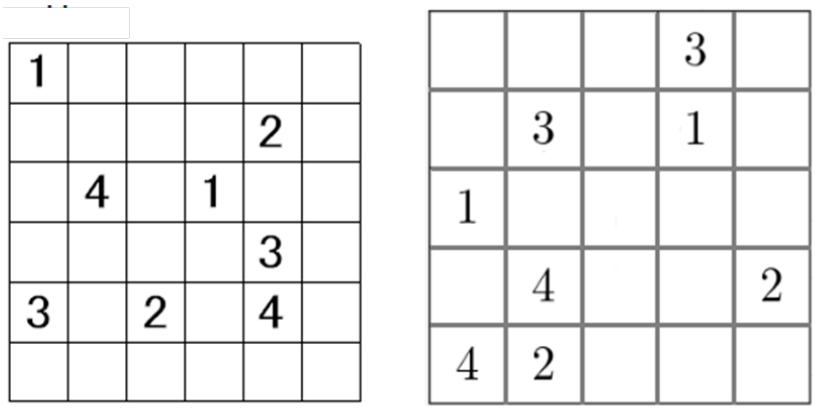
Entonces solo queda esta conexión para los 3.



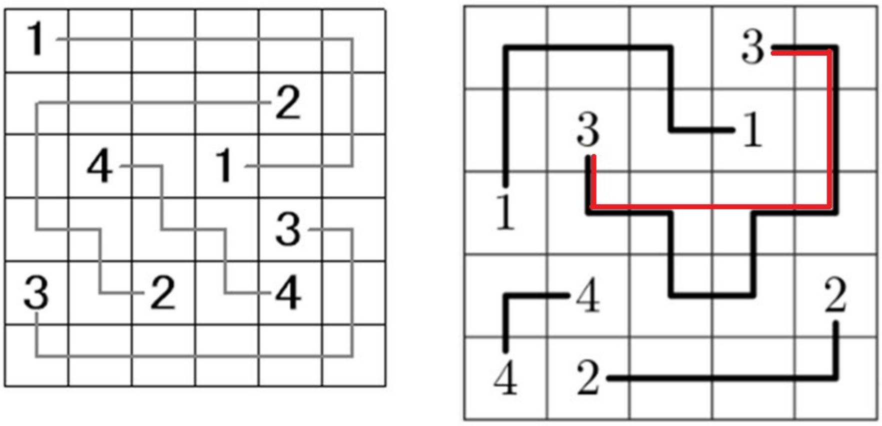
Y ya solo existen estas líneas para los 1s y los 9s. COMPLETO.



ACTIVIDAD:
Resolver los siguientes Numberlink



SOLUCIÓNES

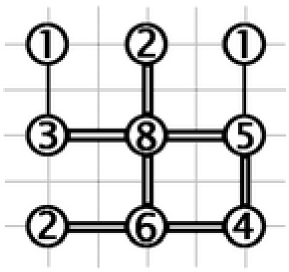


(En el segundo Numberlink hay otra solución en rojo, si no hay que ocupar todas las casillas del tablero)

PUENTES (HASHI/HASHIWOKAKERO)

Hashiwokakero apareció por primera vez en la revista Nikoli en el número 31 (Septiembre **1990**), aunque una forma brta del puzle ya había aparecido en el número 28 (Diciembre 1989).

El rompecabezas **Puentes** se juega en un tablero rectangular, dispuesto como una rejilla dividida en *celdas*. Algunas de estas celdas contienen números con valores del 1 al 8, normalmente marcadas con un círculo y constituyen las *islas*. Las celdas restantes están vacías.



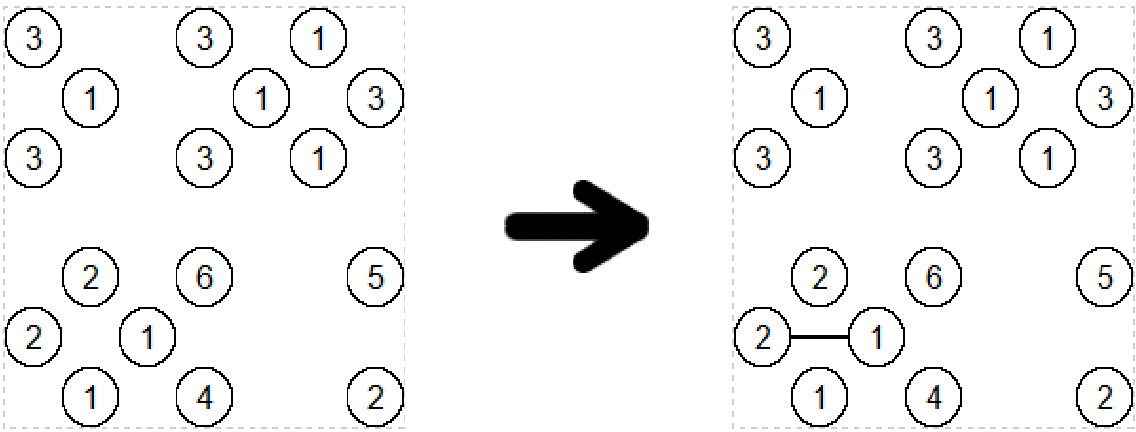
Ejemplo del juego hashiwokakero. Tablero de 5x5.

El objetivo del juego es conectar todas las islas entre sí, formando un único grupo de islas conectadas, mediante la creación de *puentes* entre las islas. Los puentes deben seguir ciertos criterios:

- Cada puente debe comenzar y finalizar en islas distintas, uniéndolas mediante una línea recta.
- Ningún puente puede cruzarse con otro puente o con otra isla distinta de las que une.
- Las trayectorias deben ser perpendiculares. Es decir, sólo pueden ser horizontales o verticales.
- Entre dos islas sólo puede haber como máximo dos puentes que las conecten.
- El número total de puentes conectados a cada isla debe coincidir con el número en esa isla.
- Todas las islas deben estar conectadas entre sí (directa o indirectamente).

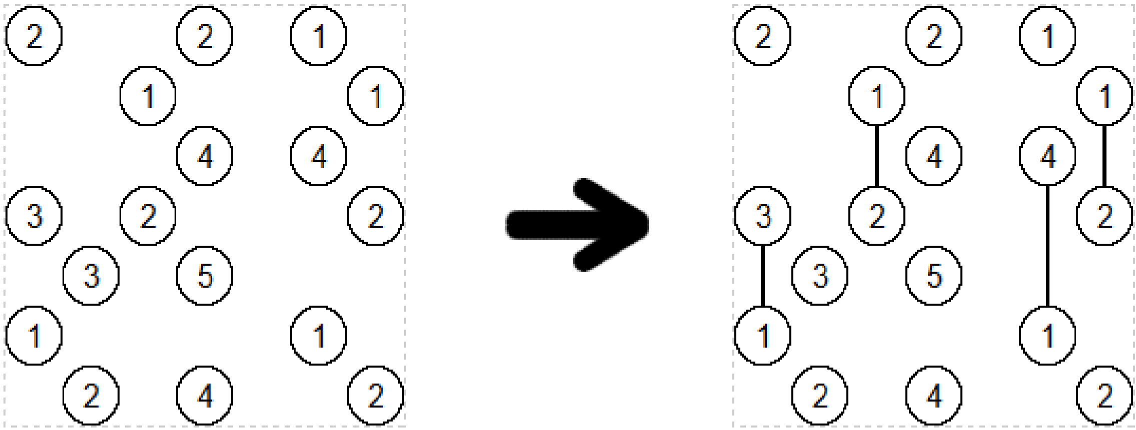
La resolución de este tipo de rompecabezas es un procedimiento de fuerza bruta (ensayo y error). Basado en las reglas del juego, hay algunos patrones comunes, presentados a continuación que acelerarán el progreso de los juegos una vez identificados y actuados sobre ellos.

Conexión de una vía



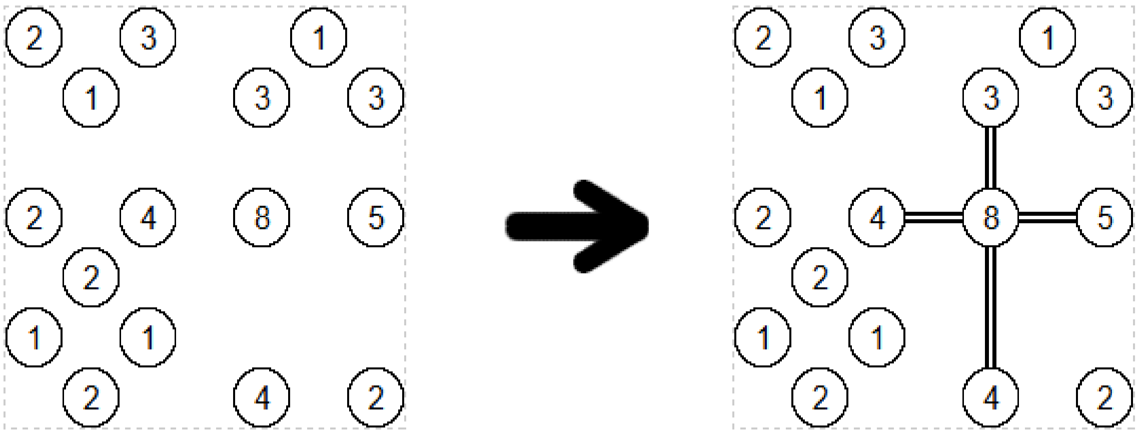
Las islas que tienen una vecina en una sola dirección necesitan estar conectadas entre ellas, ya que no hay otra posibilidad de poner ese puente en particular en la isla. Basado en el número de puentes, puede ser un puente simple o doble para esa dirección en particular.

No conecte islas de 1 entre sí



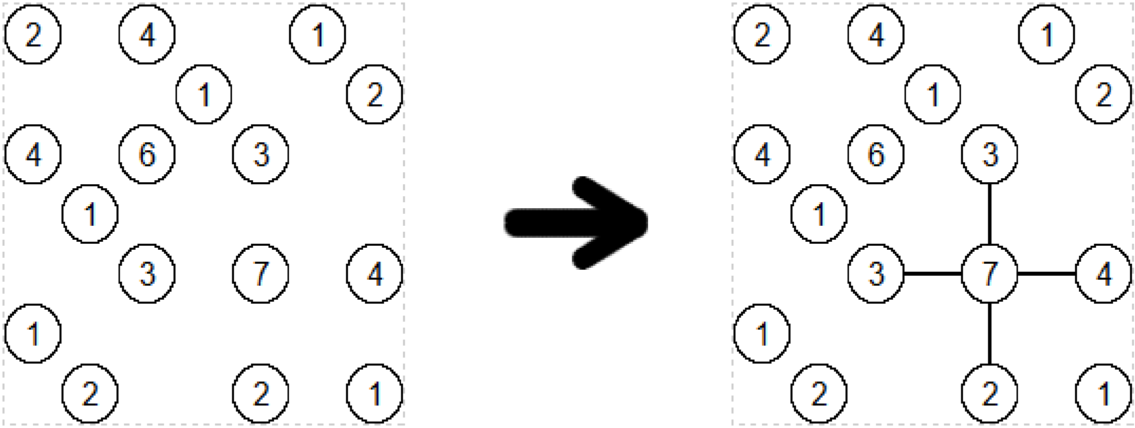
Si una isla con 1 tiene varias opciones de conexión, pero sólo una de esas opciones es con otra isla que tiene ≥ 2 puentes, entonces esa conexión debe ser la elegida. De lo contrario terminaríamos con dos islas de 1 conectadas entre sí y no tendrían ninguna conexión posible con las otras islas. Esto violaría el problema de tener todas las islas conectadas entre sí (directa o indirectamente).

Número 8



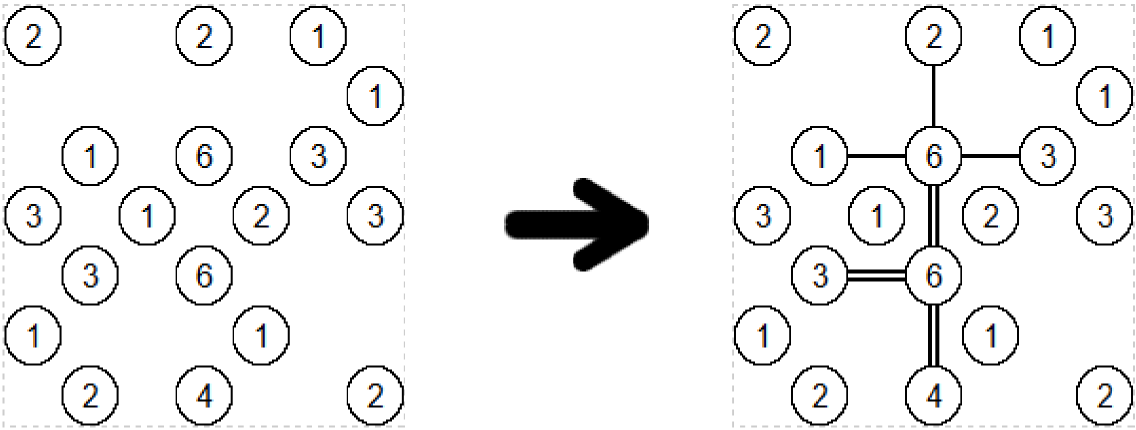
Dado que sólo hay 4 direcciones posibles para los puentes (norte, oeste, sur, este) y podemos tener como máximo 2 puentes para cada dirección, no es posible tener más de 8 puentes de la misma isla. Por lo tanto, cada vez que vemos el número 8 dentro del círculo de una isla, podemos sacar todos los puentes posibles de ella y asegurarnos de que existirán en la solución de rompecabezas.

Número 7



Una isla con un valor de 7 implica que a partir de los ocho puentes posibles, falta uno. Esto significa que cada dirección todavía tiene al menos un puente, simplemente no sabemos exactamente dónde hay dos de ellos y dónde tenemos uno único. Por lo tanto es siempre seguro para dibujar los puentes, poner uno en cada dirección, y explorar más adelante cuáles son los que necesitan ser duplicados.

Seis puentes con vecinos especiales



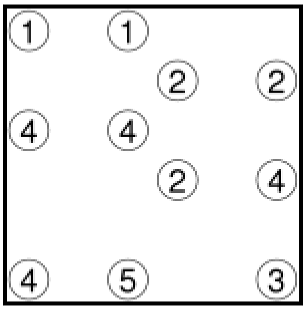
A veces una isla con 6 puentes tiene circunstancias especiales que nos permiten aplicar la solución que se encuentra para 7 u 8 puentes. Por ejemplo, si hay vecinos en solo 3 de 4 direcciones, entonces todos los puentes deben ser dibujados y duplicados, ya que esa es la única manera de obtener 6 puentes desde 3 direcciones. Otro caso es cuando uno de los vecinos es un 1. Esto implica que tenemos 5 puentes restantes para las otras 3 direcciones, y dado que 2 direcciones, dobladas, aseguran sólo 4 puentes, esto significa que cada dirección necesita tener al menos un puente.

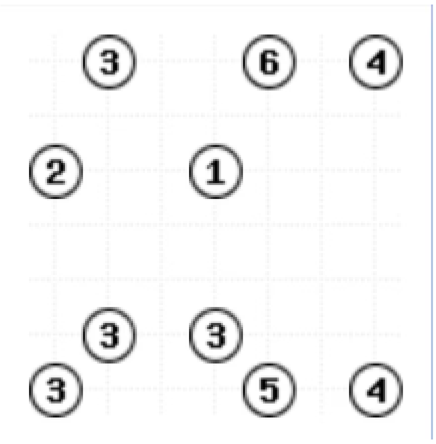
Una isla situada en un rincón que muestre un «3», o situada a lo largo del borde exterior mostrando un «5», o en cualquier otro lugar mostrando un «7» debe tener al menos uno de los puentes que parta de ella en cada dirección válida, ya que si una dirección no tiene un puente, aunque en todas las otras direcciones partan dos puentes, no bastaría.

Obviamente, un «4» en una esquina, un «6» a lo largo del borde exterior, o un «8» en cualquier lugar deben tener dos puentes en cada dirección. Esto puede generalizarse según los puentes añadidos van obstruyendo las posibles vías libres: una isla «3» que sólo puede ser recorrida de forma vertical debe tener al menos un puente para cada una de las direcciones de arriba y abajo, por ejemplo.

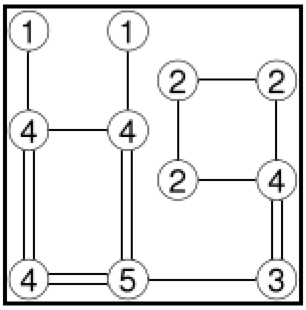
ACTIVIDAD:

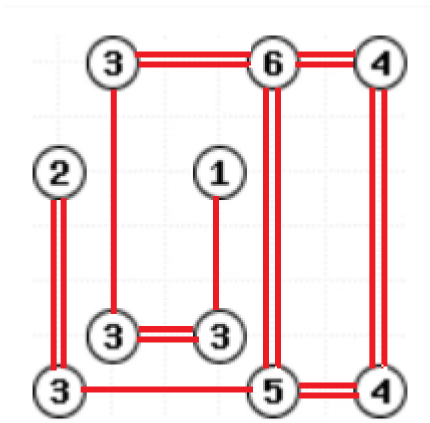
Resuelve los siguientes rompecabezas:





SOLUCIÓN:





HITORI

Otro de los juegos de la editorial Nikoli, es el Hitori, término que en japonés significa “solitario” (apareció por primera vez en la Puzzle Communication Nikoli Número 29 (de marzo de 1990)). Este pasatiempo consiste en una retícula con números en todas sus celdas y la acción del mismo consiste en **eliminar una serie de números, o pintar de negro las celdas correspondientes**, de forma que se cumplan las siguientes reglas:

i) **en cada fila y cada columna no se repite ningún número**;

ii) **las celdas tachadas o negras no pueden ser adyacentes (pueden tocarse esquina con esquina, pero no lado con lado), PUEDEN ESTAR AISLADAS**;

iii) el resto de **las celdas con números tienen que estar conectadas, vertical u horizontalmente**, entre sí, es decir, no pueden quedar celdas aisladas.

Veamos en qué consiste el juego mediante un ejemplo concreto

4	8	1	6	3	2	5	7
3	6	7	2	1	6	5	4
2	3	4	8	2	8	6	1
4	1	6	5	7	7	3	5
7	2	3	1	8	5	1	2
3	5	6	7	3	1	8	4
6	4	2	3	5	4	7	8
8	7	1	4	2	3	5	6

La solución aparece en la siguiente figura, como podemos observar, se cumplen las tres condiciones de este rompecabezas lógico. En cada fila y cada columna de la solución no se repite ningún número, por ejemplo, en la segunda fila había dos celdas con el número 6, luego se ha tenido que tachar una. Las celdas tachadas solo se tocan por los vértices o no se tocan. Y no hay celdas numéricas aisladas de las demás.

■	8	■	6	3	2	■	7
3	6	7	2	1	■	5	4
■	3	4	■	2	8	6	1
4	1	■	5	7	■	3	■
7	■	3	■	8	5	1	2
■	5	6	7	■	1	8	■
6	■	2	3	5	4	7	8
8	7	1	4	■	3	■	6

ACTIVIDAD:
Resuelve los siguientes Hitoris

5	1	2	1	5
4	1	3	3	5
3	5	1	5	2
5	5	3	3	3
1	2	5	4	3

5	1	5	1	3
4	4	2	5	1
5	4	1	5	2
1	5	3	2	3
1	2	5	1	5

4	3	4	2	5
4	1	1	3	3
5	5	3	4	1
5	4	2	2	3
4	2	1	5	5

SOLUCIÓN

5	■	2	1	■
4	1	3	■	5
3	■	1	5	2
■	5	■	3	■
1	2	5	4	3

■	1	5	■	3
4	■	2	5	1
5	4	1	■	2
1	5	3	2	■
■	2	■	1	5

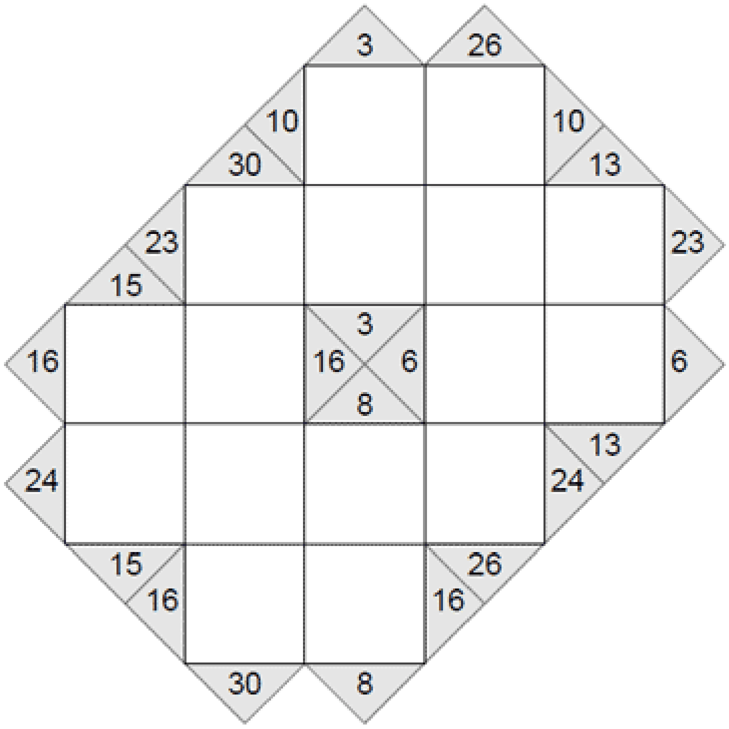
■	3	4	2	5
4	1	■	3	■
■	5	3	4	1
5	4	2	■	3
■	2	1	5	■

Iniciamos ahora un bloque de rompecabezas matemáticos donde se emplean operaciones matemáticas sencillas. Empezamos con los Kakuros que sólo emplean la suma

KAKURO

El Kakuro es un pasatiempo numérico, de la familia del sudoku. Hace 40 años, el fundador de la revista Nikoli, Maki Kaji, trató de resolver el crucigrama de un periódico local en un viaje a Estados Unidos. Como no sabía mucho inglés, no fue capaz de completarlo, pero tuvo una idea: inventar una versión similar utilizando números, con el fin de que cualquier persona pudiera completarlo sin tener que hacer frente a barreras lingüísticas. Así fue como nació el **kakuro**, cuyo nombre proviene de los vocablos '*Kasan Kurosu*', que en castellano se traduce como **crucigrama numérico**. Pero este juego no es de invención japonesa: en **1950**, "*Dell Publishing Company*" comienza a publicar este rompecabezas con el nombre "*Cross Sums*".

A continuación te dejamos una imagen que te servirá para hacerte una idea de cómo es un Kakuro:

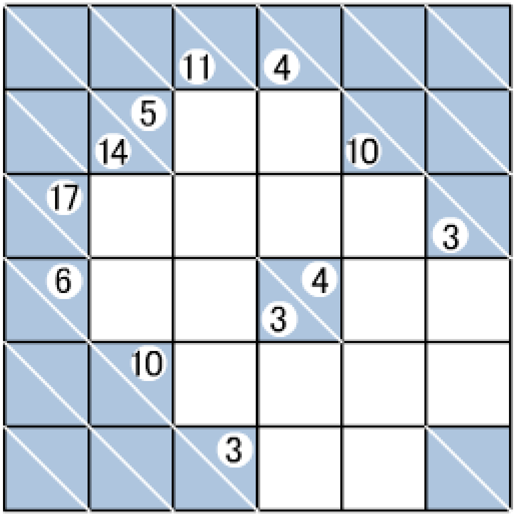


Para resolver un Kakuro **se deben escribir números del 1 al 9 en las casillas en blanco, de forma que la suma de las cifras de cada entrada sea el valor correspondiente a su "número clave". El "número clave" es el número que vemos al inicio de cada fila y de cada columna. Éste indica la suma de la fila, cuando se encuentra a la izquierda de esta) o la suma de la columna (si se encuentra arriba de ella).**

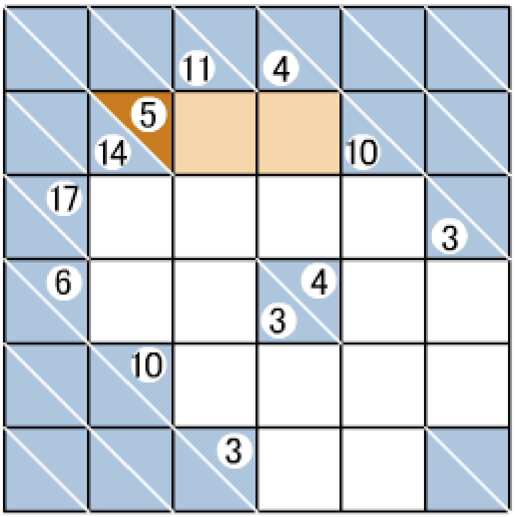
Otra cosa que debemos saber para resolver un Kakuro es que **los números de una misma suma (ya sea por fila o por columna) NO pueden repetirse PERO ESTOS MISMOS NÚMEROS PUEDEN APARECER EN OTRAS SUMAS**. Por ejemplo: para una suma de dos casillas cuyo "número clave" sea 10, no podemos poner 5 + 5. Deberemos hacer 8 + 2, 3 + 7, etc.

Aunque existen diferentes tamaños de kakuros, el máximo de casillas que tendremos que rellenar para obtener una única suma nunca podrá ser superior a 9 (recordad que no podemos repetir ningún número). Por tanto, el número máximo que nos podrán proponer como resultado de una suma será 45 (suma de los números del 1 al 9 sin repetir ninguno).

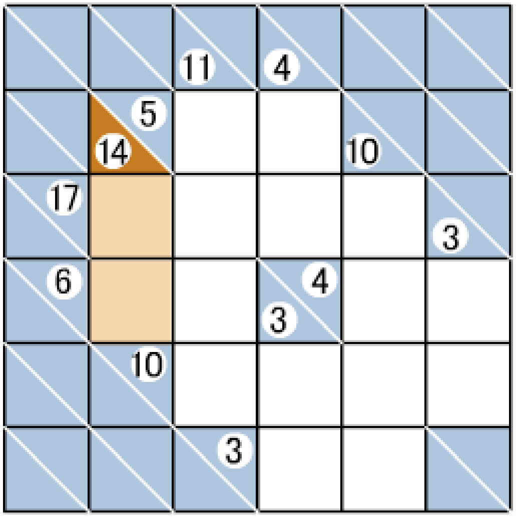
Presentamos un tutorial, que es una traducción al español del que viene en la página de la revista japonesa Nikoli.



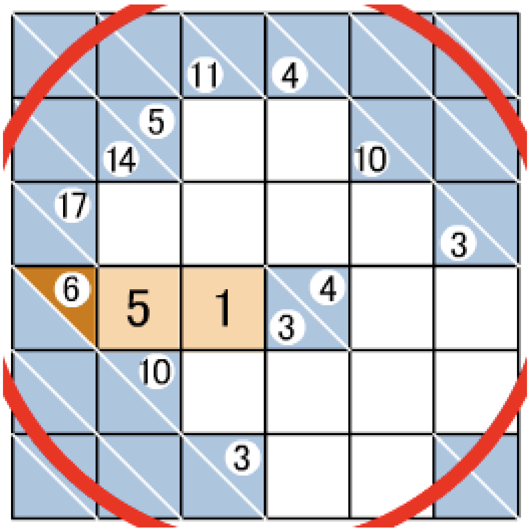
Las celdas blancas han de rellenarse con números del 1 al 9. Por ejemplo, en las celdas señaladas abajo, los números deben sumar 5, y en principio pueden venir en cualquier orden (podrían ser, por ejemplo, 1 y 4, 4 y 1, 2 y 3, 3 y 2).



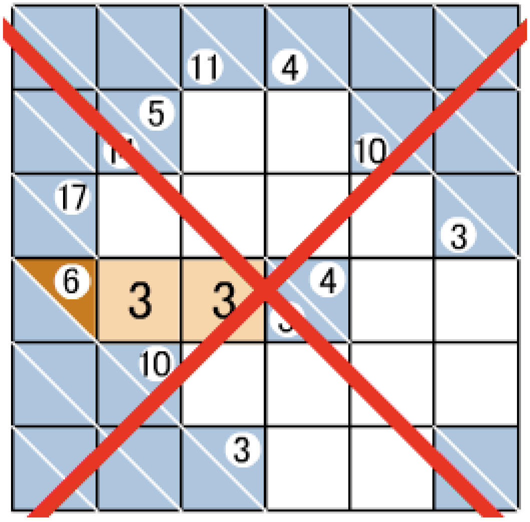
En las celdas señaladas abajo, los números deben sumar 14.



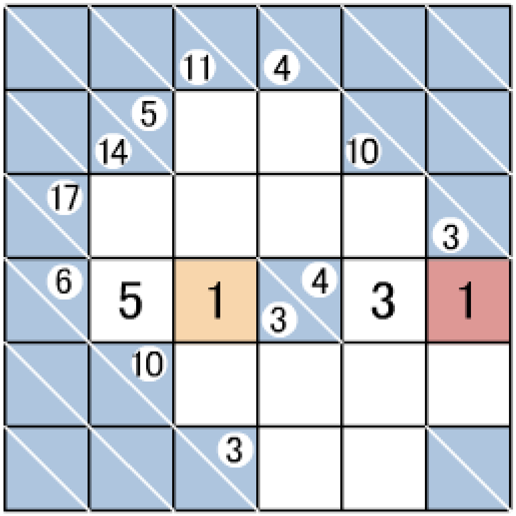
Los números no se pueden repetir en celdas consecutivas. El siguiente ejemplo puede ser correcto:



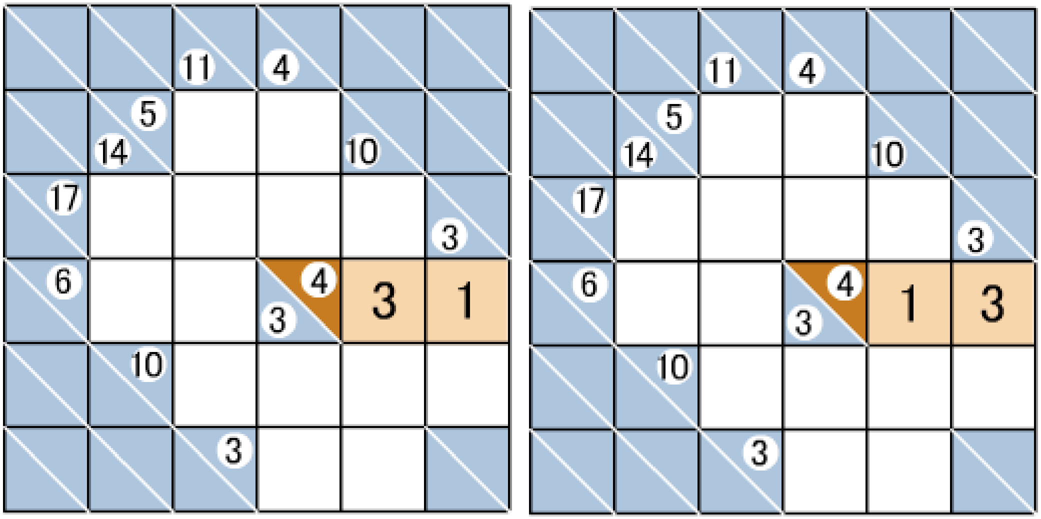
Pero el siguiente ejemplo no lo es, porque no se deben repetir números en la suma:



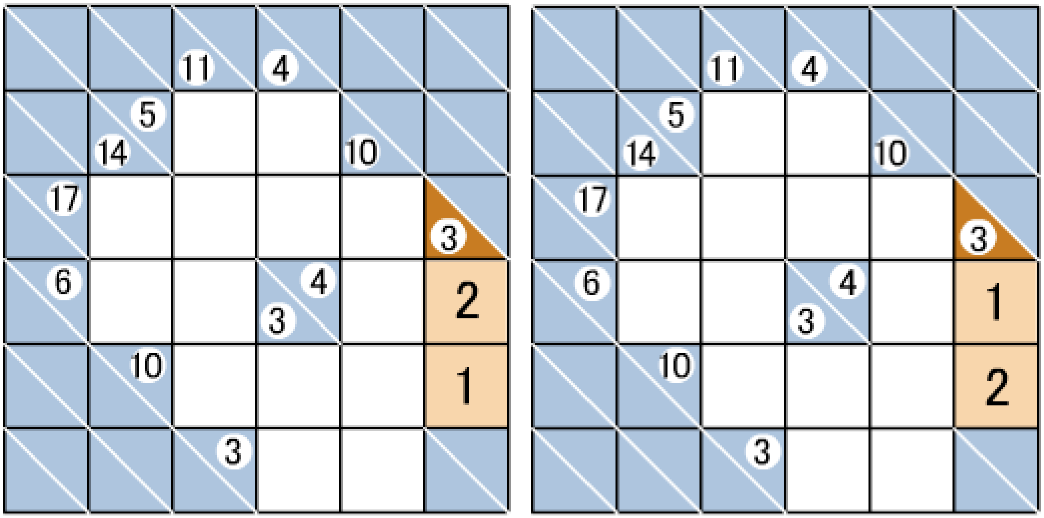
En la siguiente figura, hay dos números 1, pero es correcto, porque no están en celdas consecutivas y no pertenecen a la misma suma:



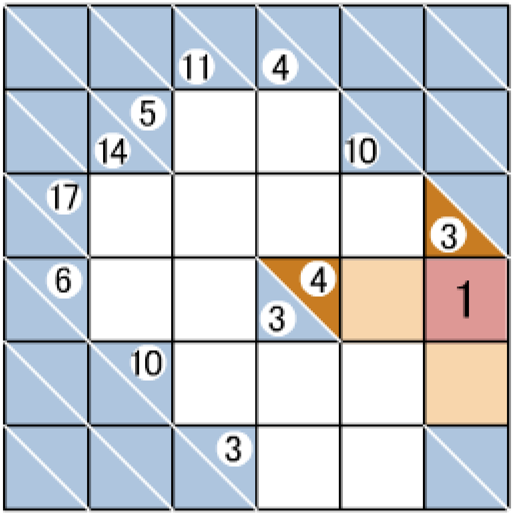
Empecemos a resolver el kakuro. Fijémonos en la suma 4 de abajo a la derecha. Para obtener 4 sólo se puede hacer sumando 1 y 3, pero no sabemos en qué orden:



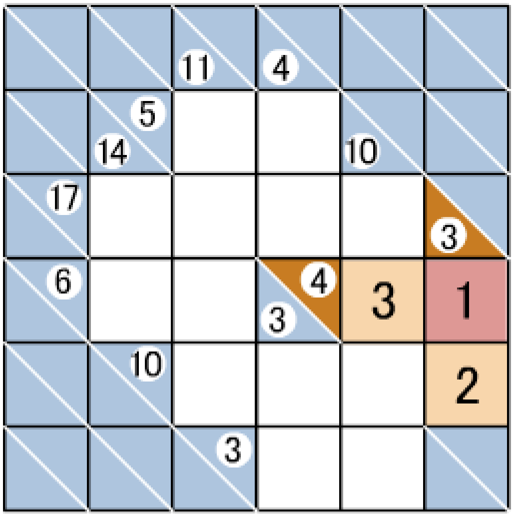
Pero si nos fijamos en el 3 que está a la derecha, sólo se puede obtener sumando 1 y 2, y los números se pueden colocar en dos órdenes posibles:



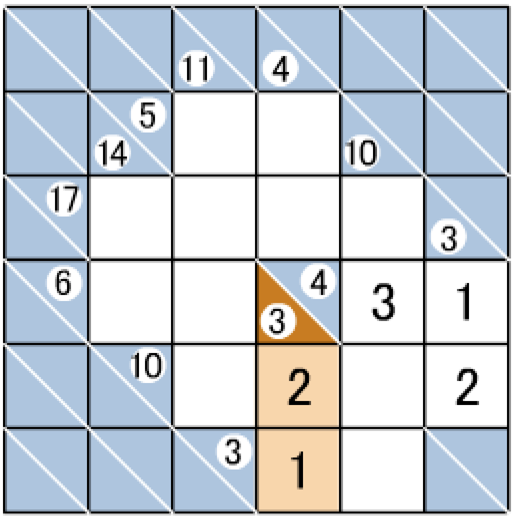
El número común a la suma del 4 y del 3 es 1, luego el 1 debe ir en la celda común a ambos:

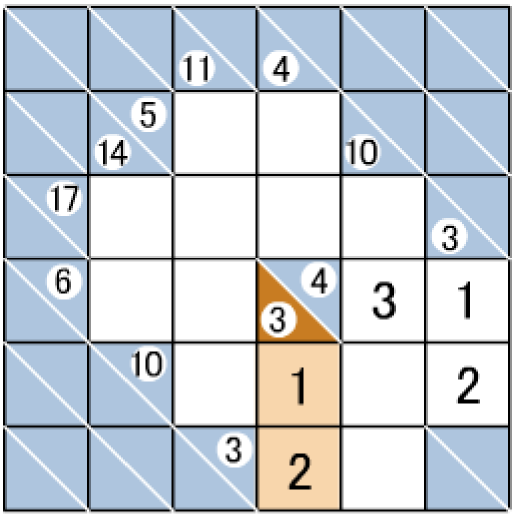


Al colocar el 1 entonces ya se pueden rellenar las celdas que faltan:

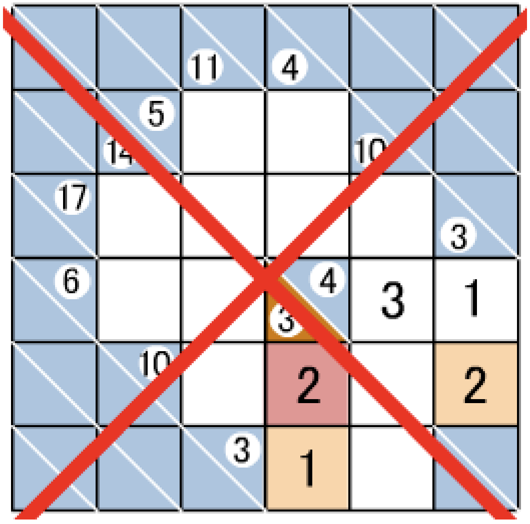


Continuamos con las otra suma de 3 que hay en el centro. Hay dos posibilidades:

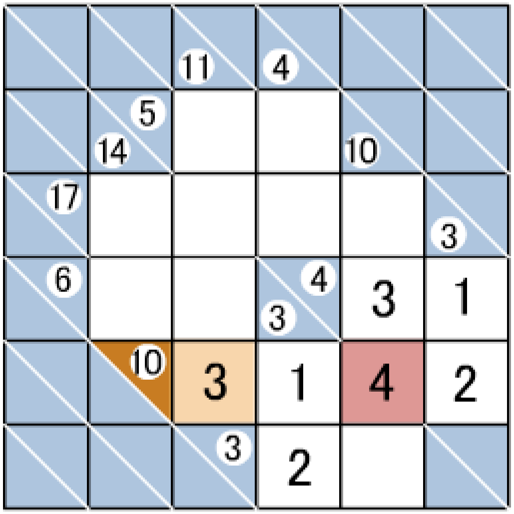




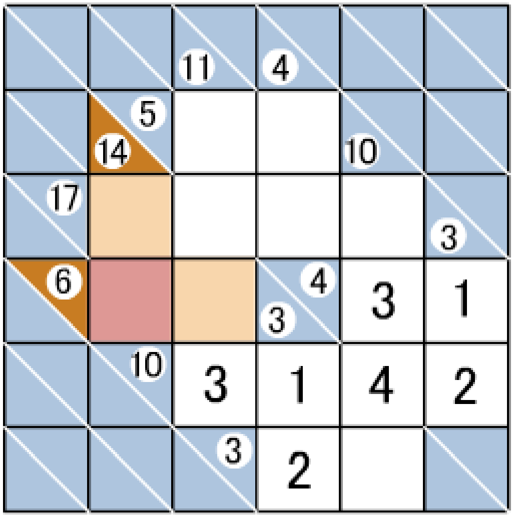
Pero de las dos posibilidades representadas, sólo es válida la de la derecha, porque en la de la izquierda el 2 se repetiría en la misma fila.



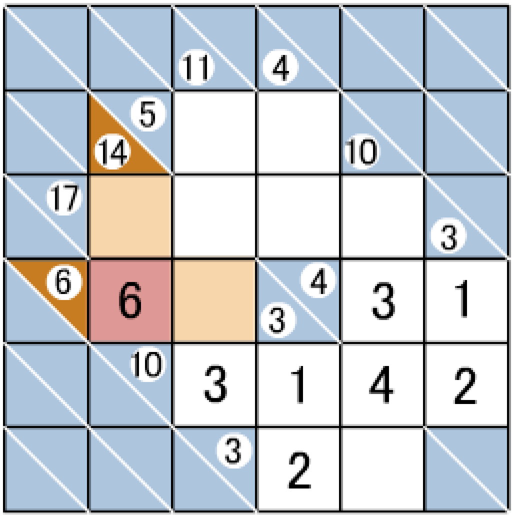
Ya podemos completar la suma 10. Hemos de tener en cuenta que cuatro casillas que sumen 10 sólo admiten los números 1, 2, 3 y 4. Como ya están colocados el 1 y el 2, basta completar con el 3 y el 4 adecuadamente para que no haya repetición en las columnas.

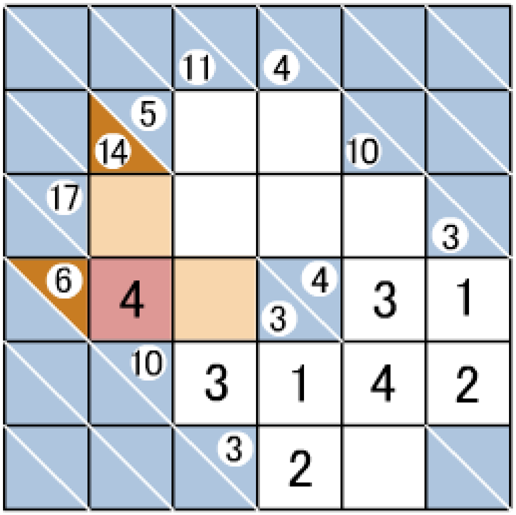


Ahora vamos a observar otro tipo de razonamiento. Fijémonos en la suma 6 de dos casillas, al centro a la izquierda, y en la suma 14, en columna, a la izquierda. Ambas sumas tienen una casilla en común.

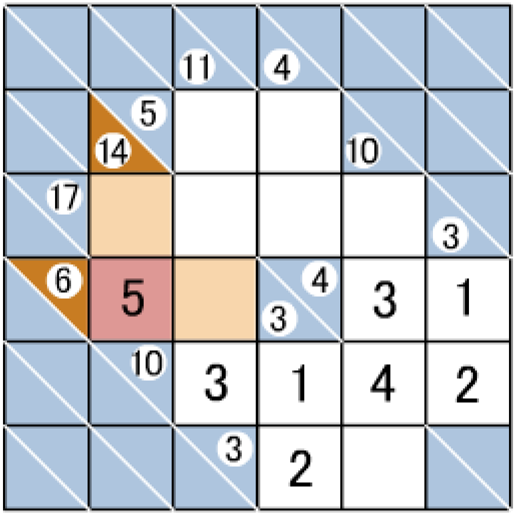


La suma 6 en dos casillas se puede expresar de varias formas: 1 y 5, 2 y 4. Lo mismo pasa con el 14, que se puede descomponer en 5 y 9, ó en 6 y 8. Pero si en la casilla señalada hay un número igual o mayor que 6, no sería compatible con la suma 6, y si en la casilla señalada el número fuera igual o menor que 4, entonces para completar la suma de 14 tendríamos que tener 10 o más. Luego las siguientes dos posibilidades son erróneas:

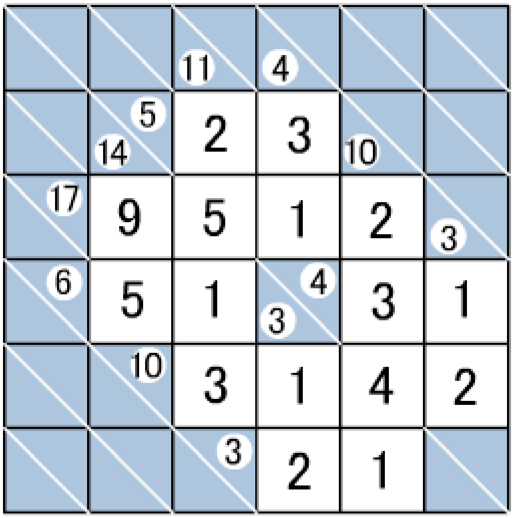




El número de la casilla señalada debe ser, por tanto, un 5, para que así sea compatible con las dos sumas.

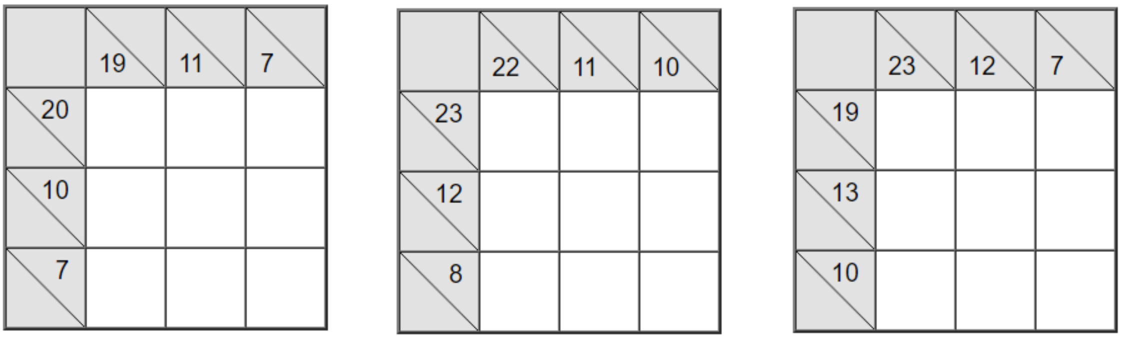


Siguiendo este tipo de razonamientos lógicos, se puede completar el kakuro de la única forma posible.

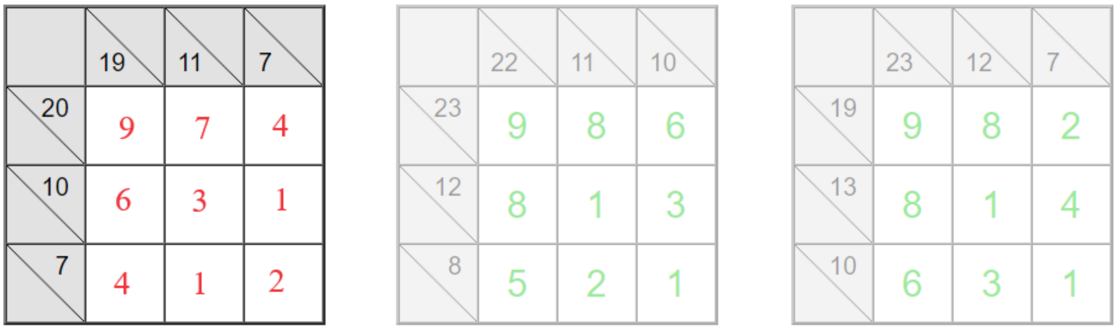


Para resolver los Kakuros es muy útil conocer la lista de **sumas únicas**. Por ejemplo, con dos celdas o casillas, el 3 sólo se puede obtener con 1 y 2, y el 4 con 1 y 3; además el 17 sólo se puede obtener con 8 y 9, y el 16 con 7 y 9. Con tres celdas, el 6 sólo se puede obtener con 1, 2 y 3, el 7 con 1, 2 y 4; además el 24 sólo se puede obtener con 7, 8 y 9, y el 23 con 6, 8 y 9.

ACTIVIDAD:
Resolver los siguientes Kakuros

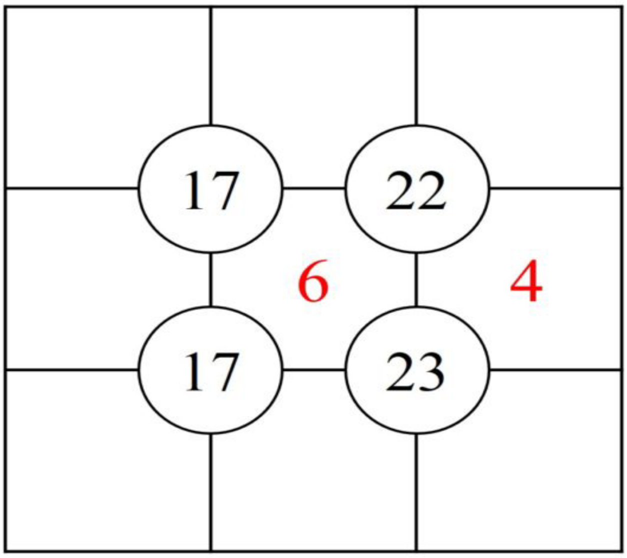


SOLUCIONES:



SUJIKOS

En el año **2010**, Jai Gomer, de Kobayaashi Studios, desarrolló una serie de rompecabezas numéricos, llamados sujiko y suko, herederos de los sudokus, pero que ya implican algo de aritmética –en concreto la suma– en sus reglas. Estos aparecieron primero en los periódicos ingleses como *The Times* y *The Telegraph*, y posteriormente en periódicos de todo el mundo, como, por ejemplo, *El País*.



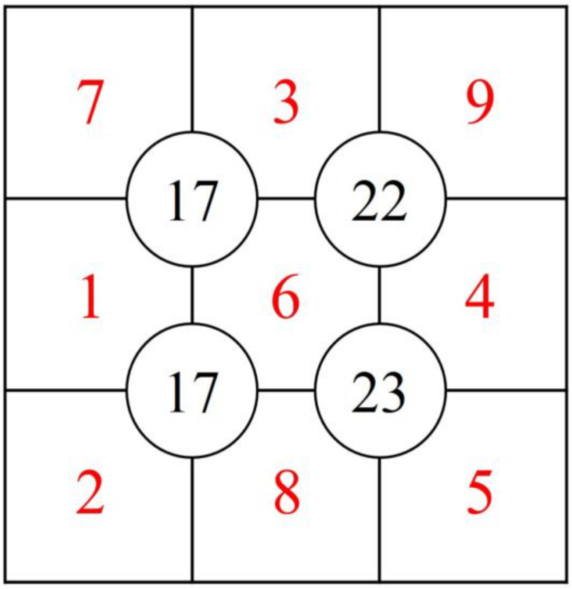
El tablero del sujiko es una cuadrícula 3 x 3, con cuatro espacios circulares colocados en las cuatro intersecciones de las líneas horizontales y verticales de la cuadrícula, en los cuales hay escritos cuatros números (por ejemplo, 17, 22, 17, 23, en la figura anterior). **El objetivo del pasatiempo es colocar los números del 1 al 9 en las celdas** –aunque puede haber ya alguno colocado, como pista (en el sujiko anterior 6 y 4) **de forma que la suma de los números que estén en los recuadros alrededor de cada círculo es exactamente el número escrito en el mismo.**

Este rompecabezas de resuelve de forma lógica, como el sudoku, pero teniendo en cuenta su regla, que la suma de los números de las celdas alrededor de un círculo es el valor del mismo. Veamos cómo resolver el sujiko anterior, que es de los sencillos.

Los números de las dos casillas de arriba a la derecha deberán sumar 12, ya que 6 y 4 están también alrededor del 22 y su suma es 6 + 4 = 10. Como en esas casillas no pueden estar 6 y 4, que ya están colocados, las dos opciones son 9 y 3, o 7 y 5, sin determinar aún cual va en cada una de las dos casillas. Si realizamos el mismo razonamiento para las dos celdas de abajo a la derecha, que deberán sumar 13, la única posibilidad es 8 y 5. Como aquí estaría el número 5, en las dos celdas de arriba tendrían que ser los números 9 y 3.

Veamos el orden arriba. En la casilla central de la fila de arriba va el 3 o el 9, si fuese el 9 tendríamos que alrededor de la casilla del 17 ya se sumaría 9 + 6 = 15, luego las otras dos casillas deberían sumar 2, lo cual es imposible, puesto que la suma más baja posible sería 1 + 2 = 3. En conclusión, en la primera fila, el número 3 iría en la casilla central y el 9 en la derecha.

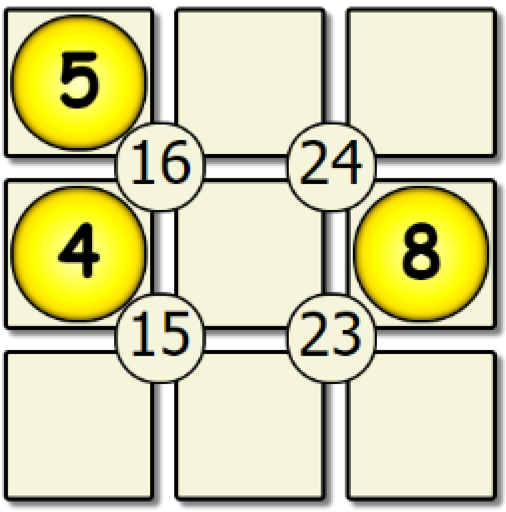
Antes de seguir, pensemos en que tres números nos faltan de utilizar para las celdas de la columna de la izquierda. Serían 1, 2 y 7. Entonces, alrededor del 17 de arriba tenemos 3 + 6 = 9, más la suma de los números de las dos celdas, que deberá ser 8, luego los números de esas dos celdas son 1 y 7. Si seguimos este razonamiento un poco más, obtendremos la solución definitiva, que aparece en la imagen de abajo.

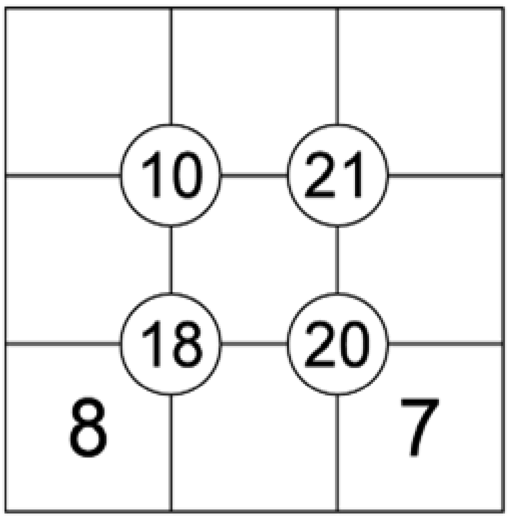


De las 26.796 combinaciones posibles diferentes (sin contar variaciones simétricas) de los cuatro dígitos centrales en círculo, 8607 de ellos dan lugar a un rompecabezas con una o más soluciones. Los dígitos del círculo central pueden ser un mínimo de 10 (= 1 + 2 + 3 + 4) y un máximo de 30 (= 6 + 7 + 8 + 9). Esto significa que un círculo central puede ser uno de 21 valores diferentes.

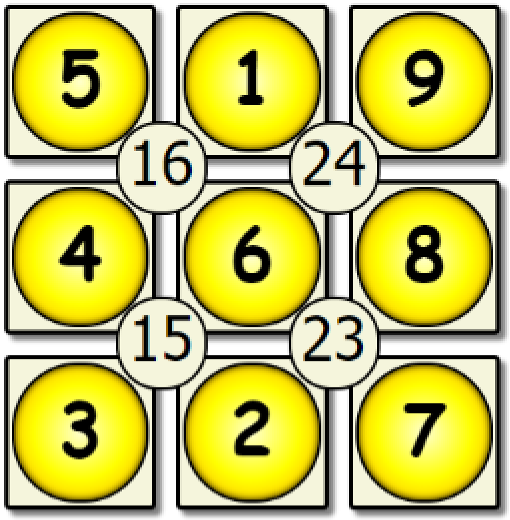
ACTIVIDAD:

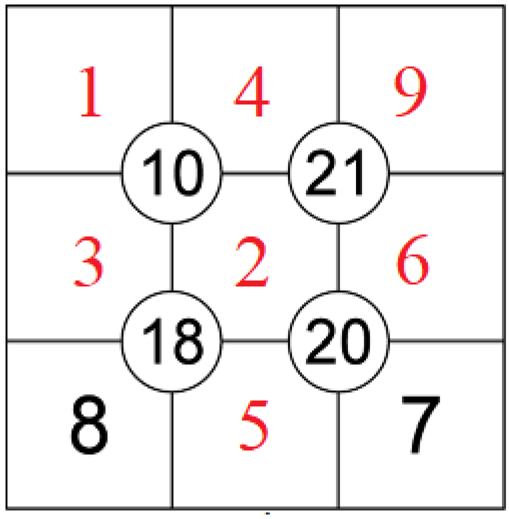
Resuelve los siguientes sujikos





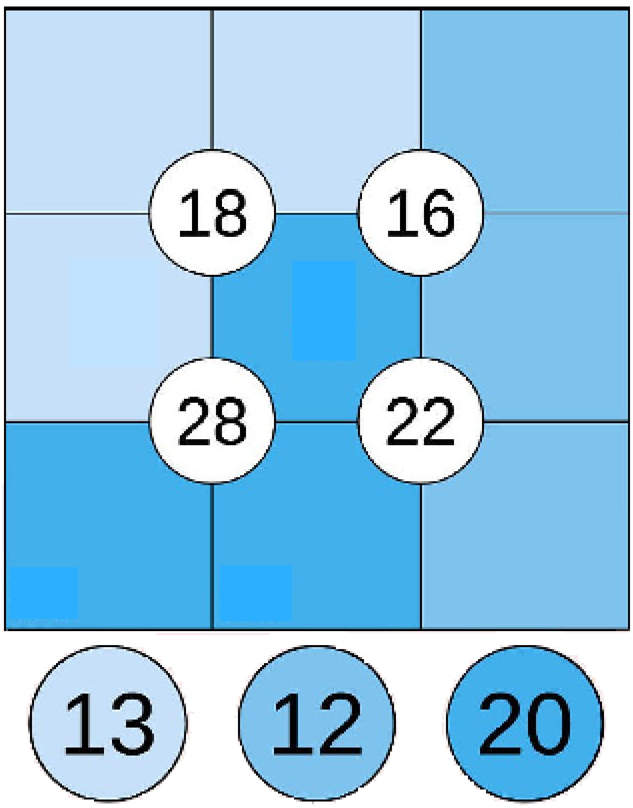
Solución:





SUKOS

El nombre 'Suko' suena como una versión de Sujiku. Se **trata de colocar un número del 1 al 9 en los recuadros de un cuadrado 3 x 3, de modo que el número en cada círculo sea equivalente a la suma de los cuatro recuadros adyacentes. Para los rompecabezas SUKO además, la suma de los cuadrados de colores iguales debe encajar también con el resultado facilitado en tres círculos complementarios.**



Estos puzzles numéricos, herederos de los Sudokus, se están actualmente publicando en grandes diarios de todo el mundo. En España los puzzles SUKO están apareciendo en los pasatiempos del diario El País.

Indicaciones generales

El objetivo más bajo para cualquier grupo de tres dígitos es seis (1 + 2 + 3 = 6). El objetivo más bajo para cualquier grupo de cuatro dígitos es diez (1 + 2 + 3 + 4 = 10). Eso significa que los totales objetivo te están dando muchas pistas, y cuanto más juegues a Suko, más aprenderás a detectar los números de regalo.

Por ejemplo, si el objetivo de una jaula de cuatro es 11, los cuatro dígitos deben ser 1 +2 + 3 + 5 (ninguna otra combinación de cuatro números suma 11). Una vez que sepa dónde están el 1, 2, 3 y 5, también sabrá que las otras cinco casillas contienen 4, 6, 7, 8 y 9.

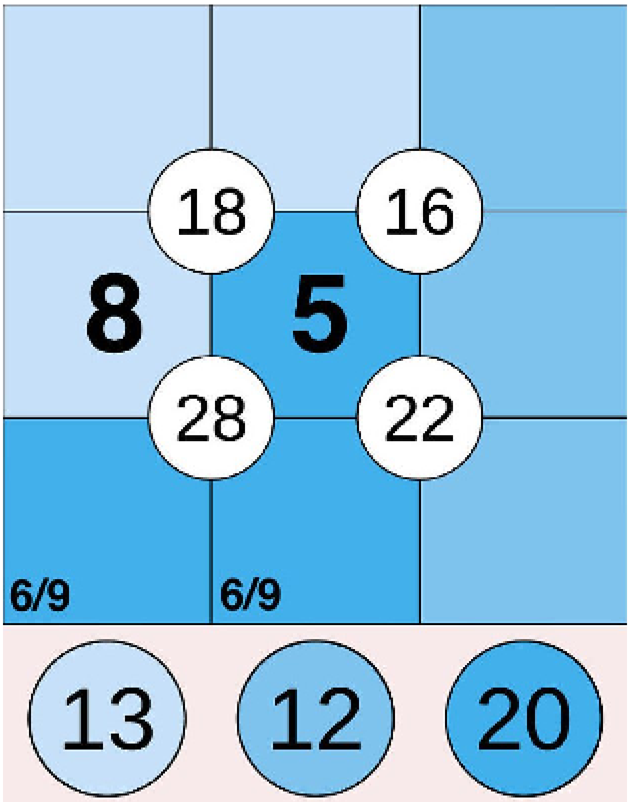
Los objetivos altos también son excelentes pistas. Si un grupo de tres dígitos suma 24, debe contener 7, 8 y 9. Ninguna otra combinación de tres de los números del 1 al 9 sumará 24.

Resolución del rompecabezas anterior: Paso uno

Los cuatro de abajo a la izquierda suman 28 y las tres celdas oscuras suman 20. Como 28 - 20 = 8, la celda del medio a la izquierda es 8.

Haciendo la misma suma para el cuarteto superior izquierdo. 18 - 13 = 5, entonces la celda central de abajo debe ser un 5.

Ahora, las jaulas oscuras suma 20, y una de las celdas es un 5, entonces las otras dos deben sumar 15. Eso no puede ser 8 + 7, porque ya está colocado el 8. Así que debe ser 6 + 9. Todavía no hay forma de saber en qué posición van, así que escribimos un pequeño 6/9 en cada celda.



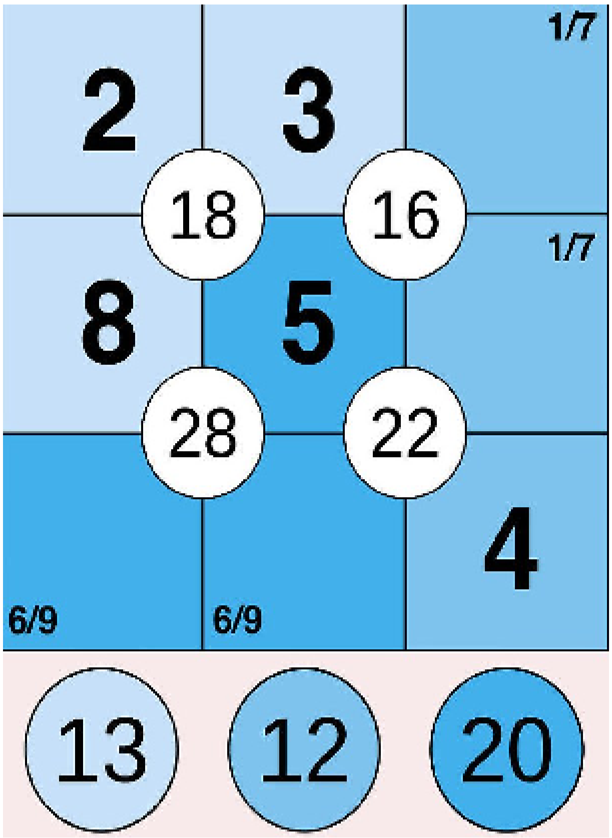
Segundo paso

Usando la misma técnica, sabe que las dos celdas superiores en la jaula más pálida tienen que sumar 5 (18 - 8 - 5 = 5), por lo que son 1/4 o 2/3. Ahora es el momento de prueba y error. Intentemos poner 2 en la celda superior del medio.

Queremos 16 en el cuarteto de arriba a la derecha. 2 + 5 = 7, por lo que las celdas superior y central derecha deben formar 16 - 7 = 9, pero nuestros números restantes son 1, 4 y 7. No se puede hacer. Entonces, en su lugar, probamos con 3 en la celda superior del medio: 3 + 5 = 8, lo que te deja con 16 - 8 = 8.

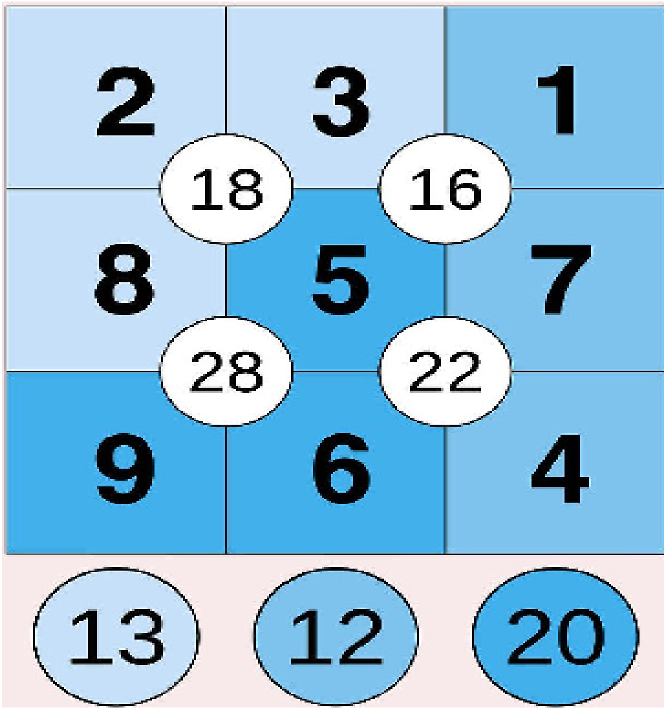
Ese 8 debe provenir de sumar 1 y 7, pero aún no sabemos el orden, así que escribimos ambos en las esquinas de las celdas.

Debido a que están en la jaula de sombra intermedia, que suma 12, debe ir un 4 en la parte inferior derecha.

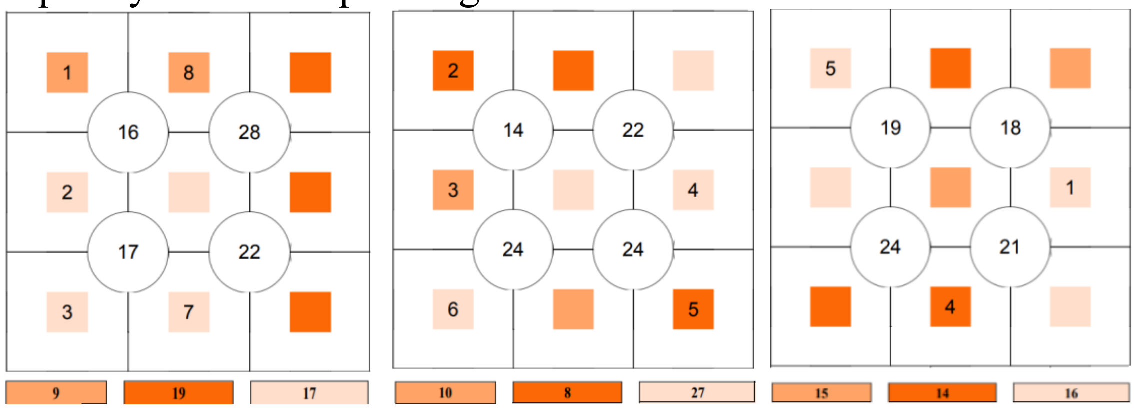


Paso tres

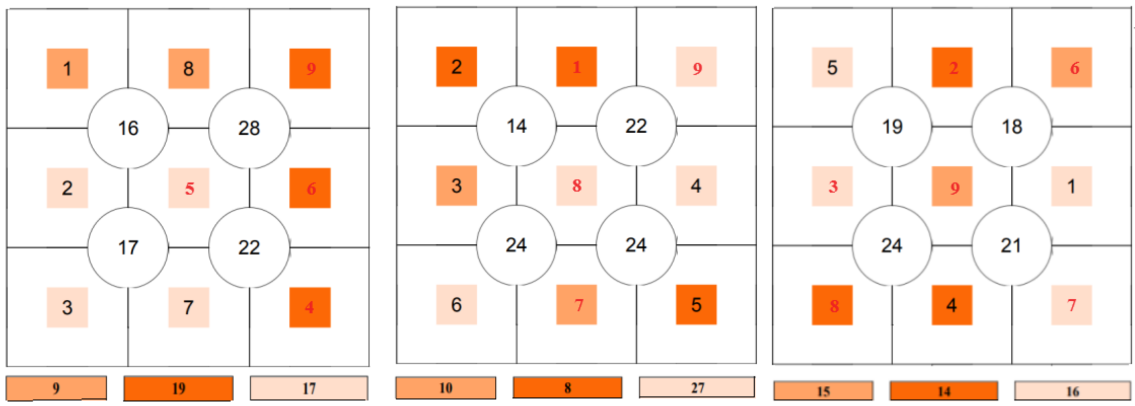
Ahora, para resolver el cuadrante inferior derecho, seleccione los números que suman 22. Ya tienes 4 y 5, entonces debe ser 4 + 5 + 6 + 7 = 22. Ahora que se han colocado el 7 y el 6, ya sabes dónde van el 1 y el 9.



ACTIVIDAD:
Aquí hay tres Sukos para engancharte



SOLUCIONES



Por último trataremos un rompecabezas que utiliza las cuatro operaciones básicas de las Matemáticas el Ken Ken

KENKEN

Inicialmente desarrollado por un profesor de matemáticas japonés, Tetsuya Miyamoto, éste lo ideó para ayudar a sus alumnos a aprender aritmética. De hecho la palabra «kenken» significa al parecer «**cuadrado inteligente**» en japonés.

Desde el **2004**, año de su primera aparición en Japón, el KenKen ha ido propagándose y sale actualmente en la mayoría de las secciones de pasatiempos de los periódicos y las revistas. Desde abril está incluso disponible en los teléfonos móviles, incluyendo el iPhone de Apple.

Cada grupo de casillas delimitado por un trazo grueso (caja, jaula) debe tratarse como una ecuación matemática.

Se debe trabajar de atrás hacia delante para dilucidar qué dígitos pueden combinarse para lograr el número objetivo (ubicado en la esquina superior izquierda) usando la operación matemática que se indica. Por ejemplo: 24x es la abreviación de «¿Qué números, cuando son multiplicados, dan igual a 24?».

Reglas:

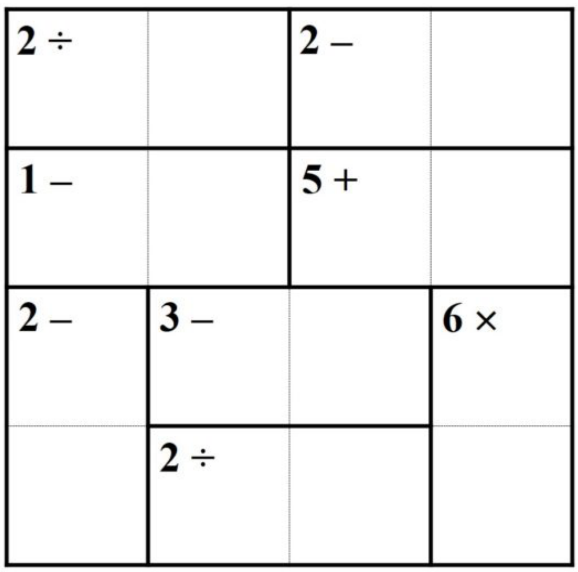
Para rompecabezas de *n*x*n*, rellenar con todos los números del 1 al *n* (luego será un cuadrado latino de orden *n*)**, con lo cual no se puede repetir un número en ninguna fila o columna** (al estilo de los sudokus)

Las cifras colocadas en cada caja de celdas han de producir el número indicado en la esquina superior mediante la operación indicada (**IMPORTANTE: APLICADA EN CUALQUIER ORDEN**)

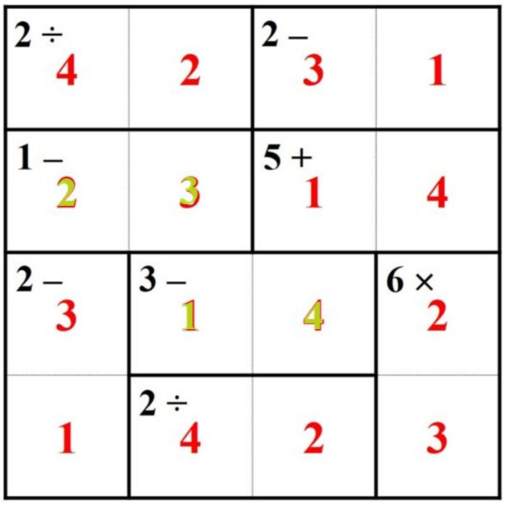
Las cajas con sólo una celda deben ser rellenadas con el número indicado en la esquina superior

Un número puede repetirse dentro de una caja, siempre y cuando no esté en la misma fila o columna.

En el siguiente ejemplo de rompecabezas KenKen tenemos una cuadrícula 4 x 4, luego hay que escribir los números 1, 2, 3 y 4 en las celdas de la misma, de forma que se constituya un cuadrado latino, en cada fila y cada columna aparece cada uno de los cuatro números una y solo una vez, y se cumplan las condiciones aritméticas de las regiones.

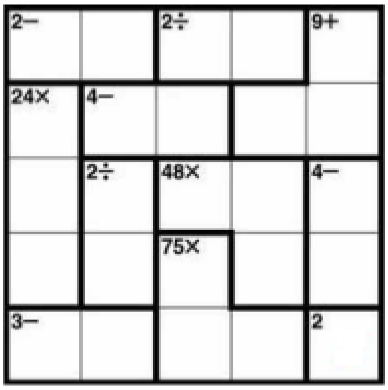


La solución de este KenKen es la siguirnte



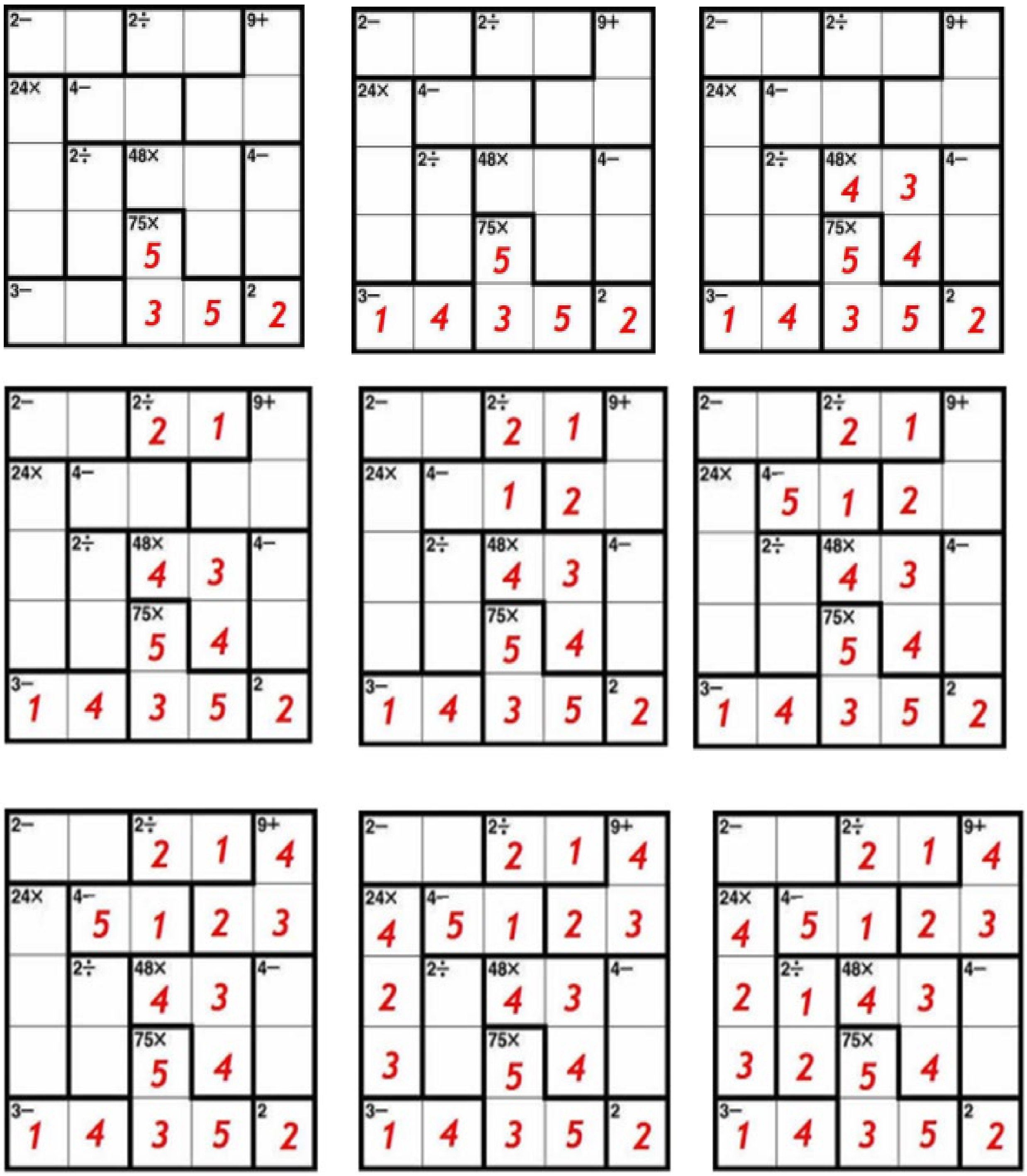
Como estrategia hay que encontrar primero las cajas que solo tengan una respuesta posible

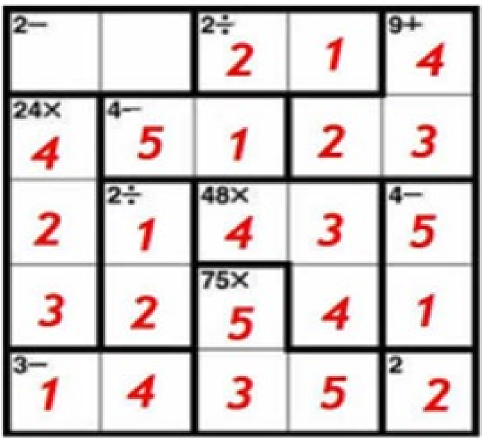
EJEMPLO (Desarrollando la solución)

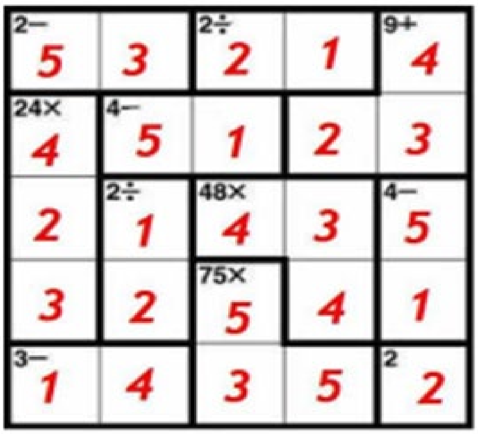


Lo primero que hay que rellenar es la caja con una sola casilla.

A continuación la caja con 75x sólo puede rellenarse con 5 x 5 x 3 para no repetir el número 5 en una fila/columna el 3 debe estar en el codo de la L. También 48x sólo puede rellenarse con 4 x 4 x 3, el mismo razonamiento lleva el 3 a la esquina del L, en la fila de abajo hay que poner 4 y 1 (ó 1 y 4). Pero en la columna de la izquierda hay un producto que da por resultado 24 (= 2 x 3 x 4), como ya estaría utilizado el 4, abajo hay que poner 1 y 4, lo que nos lleva a poner en la esquina superior izquierda un 5. En la fila de arriba hay un 2: que podría resolverse con un 4 y 2 ó 2 y 1, pero el 4 ya está utilizado en las dos columnas, pero en la fila de abajo hay un 4–, que solo puede resolverse con un 5 y 1, además hay un 5 en la tercera columna. Lo que nos lleva a la figura 6, de abajo

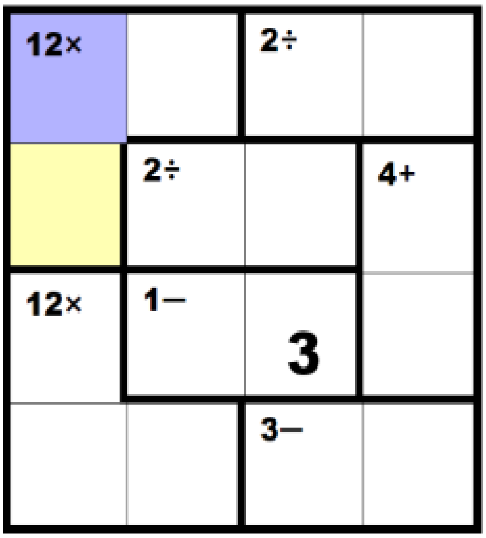


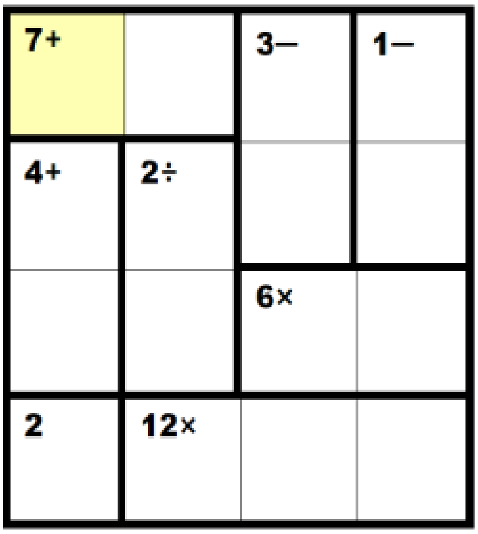




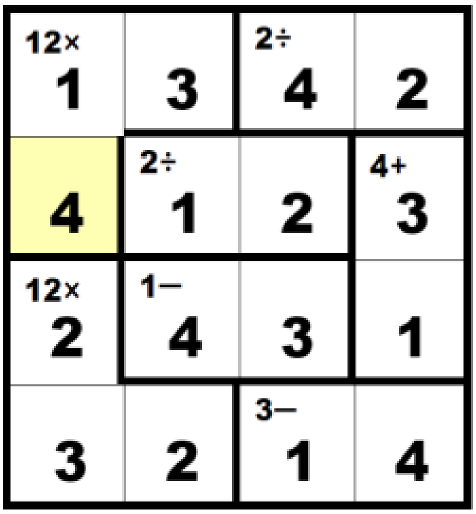
ACTIVIDAD:

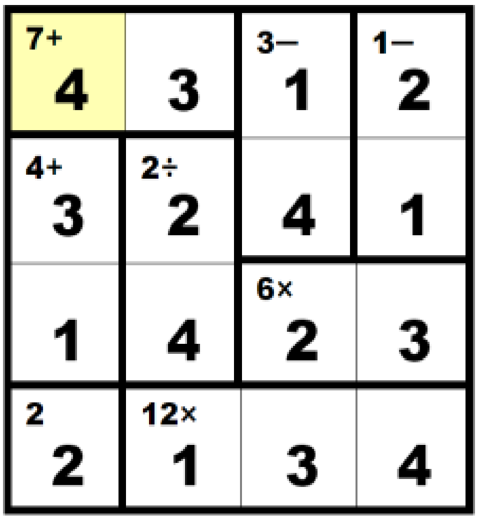
Resolver los siguientes rompecabezas (Antes de comenzar, asegúrate de que puedas identificar los bordes de cada caja para no cometer errores).





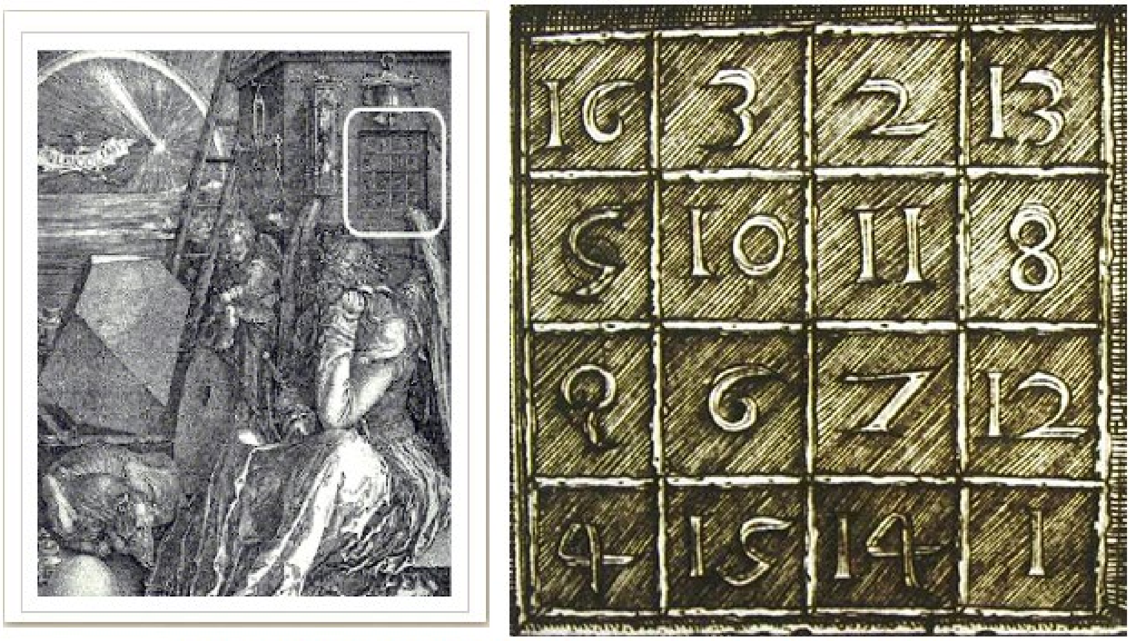
SOLUCIONES





Los cuadrados mágicos también entrarían en este bloque de rompecabezas con operaciones, pero este apartado está ya desarrollado, por ejemplo, en mi sesión de la temporada 2019/20 (13.XII.2019)

Los cuadrados mágicos surgieron en China antes de finales del siglo I y consisten en formar un cuadrado de números cuyas columnas, filas y diagonales suman lo mismo.



Cuadrado Mádico del Grabado *Melancolia 1*. obra de Albert Durero