



¿QUÉ TE JUEGAS?



TTM mayo 2023



Miguel Barreras Alconchel
<https://calendas.ftp.catedu.es/>
barrerasalconchelm@gmail.es



NOTA: Mediante un correo a la dirección barrerasalconchelm@gmail.es se puede solicitar la presentación PowerPoint que se utiliza en la exposición así como los enlaces con las simulaciones, etc. que aparecen en ella.

Un anuncio

Paseo por las calles de Zaragoza. Hay un paisaje de carteles gigantescos. Intento descifrar el mensaje subliminal de los asesores que los diseñan cuando me encuentro con uno que me llama la atención. Lo firma una inmobiliaria y el texto principal es éste:

“Si quiere vender su casa,
consulte con especialistas.
NO ES UN JUEGO”

Como dentro de poco voy a dar una charla sobre juegos (de apuestas), me pregunto qué entenderá por “juego” la persona que diseñó el anuncio.

- ¿En qué sentido crees que está utilizada en el anuncio la palabra “juego”?
- ¿Qué entiendes tú por “juego”?
- ¿Qué otros significados pueden darse a la palabra “juego”?

Tipos de juegos

Desde un punto de vista matemático, podríamos clasificar los juegos en tres categorías. Una, los juegos de estrategia, en los que sólo cuenta la pericia del jugador. El ajedrez es el ejemplo más claro. Otra, los juegos de azar (de puro azar). Sólo la suerte determina el resultado. El juego de la oca, la ruleta (¿es siempre azar?), el bingo, la taba. Este tipo de juegos también es susceptible de análisis matemático, aunque el azar no fue considerado como cosa matemática hasta mediados del siglo XVII.

Hay una categoría intermedia muy interesante. Los juegos de estrategia-azar, en los que la suerte influye, pero también el criterio del que juega. Hay muchos.

En general, podemos hablar de situaciones en las que hay que tomar una decisión (elegir una u otra salida, apostar tanto o no apostar, estimar si un testigo en un juicio dice la verdad o no, etc.) en la que un análisis (matemático) previo puede favorecer el porcentaje de éxito.

Si lo piensas, verás que el parchís no es un juego de puro azar. Si consideramos la Bolsa como un juego, estaremos de acuerdo en que no entra en ninguna de las dos primeras categorías.

- Piensa juegos en cada una de las categorías anteriores.
- ¿Se te ocurre algún juego que no encaje en ninguna de las tres clases de juegos anteriores?

A menudo, en la vida corriente, nos enfrentamos con situaciones muy importantes (que no son juegos) en los que hay que tomar una decisión en un escenario que se plantea en términos de probabilidad. Por ejemplo, someterse a una operación, tomar un fármaco, valorar qué me resulta más favorable (una herencia), un juego de apuestas (la paradoja del billetero) o un reparto equitativo (el juego suspendido)ⁱ

La herencia



Ana, Bernardo y Clara han heredado una finca. Solo una persona heredará, la que saque la bola 1 de la bolsa. Discuten sobre quién tiene qué sacar la 1ª, 2ª y 3ª bola.

¿Edad?

¿Quién tiene más probabilidad de ganar, la 1ª, la 2ª o la 3ª persona que saque bola?

La partida interrumpida

Jimmy y Telma están en plena partida de un juego donde se tienen que conseguir 6 puntos para ganar, y en el que cada uno de los jugadores tiene las mismas oportunidades para vencer en una ronda y llevarse un punto. Jimmy está ganando por 5 a 3, cuando llega la policía y se interrumpe la partida.



- ¿Cómo deberán repartirse las apuestas depositadas?

¿Ocurrirá o no ocurrirá?

Tenemos dos papeles, uno para ti y otro para mí. Yo voy a escribir una frase, una afirmación. ¿Qué hora es? (...). Bien. El juego empieza ahora y acaba a las (...una hora más tarde). Tú, en tu papel escribirás, SÍ o NO, lo que tú elijas. Mi frase será una afirmación, algo que, desde ahora hasta las (...), ocurrirá o no. Además, será comprobable, y no equívoca. No podré apuntar, pues, *Un negro es tiroteado por un policía en Nueva York*, ni *En Pamplona cae un rayo*. Podré escribir, *Yo abro una ventana*, o *Alguien entra por la puerta*, o *El ordenador explota*. Nada de ambigüedades. Tú no sabes lo que yo anuncio, tampoco yo sé si tú niegas o

afirmas. Es obvio que existen cuatro posibilidades; a simple vista, igualmente probables. Pongamos que en mi papel se lee: *Suena la alarma de incendios*. Si ha sonado y tu papel es *SÍ*, ganas; si tu papel es *NO*, pierdes. Si no ha sonado y tu papel *SÍ*, pierdes; si tu papel es *NO*, ganas.

Parcece justo, ¿no? Con un diagrama de árbol parece que se ve más claro. ¿Juegas?

La paradoja del billetero

Cojamos a dos asistentes cualesquiera de esta charla. Se sientan enfrente en una mesa. No se conocen. Cada uno pondrá sobre la mesa su monedero / cartera.

(Mejor: yo tiraré dos dados dos veces y asignaré a cada uno el la suma. Los concursante no saben lo que tien ninguno de los dos)

El juego es el siguiente: Cada uno depositará su dinero encima de la mesa. El que lleve menos dinero se llevará todo (lo suyo y lo del otro). Antes de echar el dinero sobre la mesa, nadie sabe el dinero que lleva el otro. Ninguno de los dos tiene idea de lo que el otro lleva. Así que la probabilidad de ganar es de $1/2$ (principio de la ignorancia completa). Pongámonos en la piel (mente) del jugador A: “Yo llevo 12 euros (por ejemplo). Tengo 50% de probabilidad de perder 12 euros, pero también tengo 50% de probabilidad de ganar una cantidad superior a 12 euros” (¿?). El razonamiento de B es parecido a éste.

¿Ves la paradoja?

A jugar

Concurso (Las tres puertas)

Tienes que elegir una puerta de entre tres.

Sólo en una hay premio.

Ya has elegido una. El presentador del programa abrirá una que no tiene premio (el sabe dónde está el premio). Te deja que cambies de puerta.

➤ ¿Cambiarías de puerta? ¿Por qué?

La mayoría de la gente piensa que da igual cambiar o no. Es más, casi ninguno cambia porque piensa que si deja el premio en la que había elegido al principio se le va a quedar cara de imbécil.

Sin embargo, un análisis de la situación nos lleva a recomendar que se cambie siempre de puerta. En efecto. Supongamos que el premio está en la puerta primera.

Es claro que si no cambio cabe esperar que gane 1 de cada 3 veces. Pero supongamos ahora que tomo la decisión de cambiar siempre. Si elijo A, el presentador me abrirá B o C. Yo iré a la otra y perderé. Mala suerte. Pero si, por ejemplo, he elegido al principio B, el presentador tendrá que abrirme necesariamente C, dejándome libre A donde deberé cambiar y ganaré.

Lo mismo pasa si elijo C al principio. Cabe esperar que gane 2 de cada 3 veces, el doble de si tomo la opción de mantenerme en la puerta inicial. Sorprendente, ¿no?

Así que aquí no hay azar al 100%, como parece en un principio. Hay una estrategia, si no para ganar siempre, sí para tener más probabilidad de ganar.

Las tres cartas

Tenemos tres cartas de la baraja española que tienen figuras en las dos caras, como se muestra al lado.

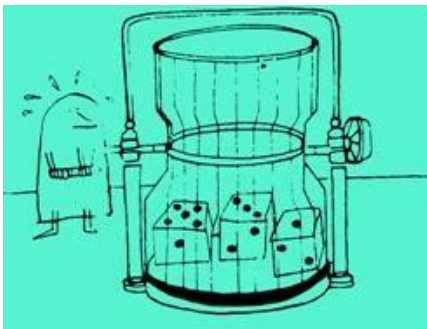


Tomo al azar una carta cualquiera y la pongo sobre la mesa. Por ejemplo, un rey de oros.



➤ ¿Cuál es la probabilidad de que la otra cara (desconocida) sea el rey de oros?

El tragasuertes



El feriante tira 3 dados (numerados del 1 al 6). Los jugadores apuestan por cualquier número del 1 al 6, y reciben de premio la misma cantidad que apuesten por cada dado que salga con su número.

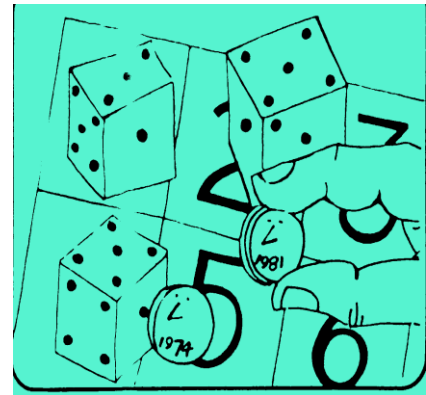
En principio parece un juego justo (¿es la ruleta un juego justo?) y la cosa no tiene mucho interés.

➤ ¿Te parece que es un juego justo?

Para animar al personal, el feriante anuncia que si el número al que se apuesta sale dos veces, pagará el doble, y el triple en el caso de que el número aparezca en los tres dados.

- ¿A quién crees que favorece ahora el asunto de los números repetidos? ¿Al feriante? ¿Al jugador?
- ¿O sigue siendo un juego justo?

Algunos jugadores pardillos creen que con la nueva oferta el juego les favorece, pero no es así. Supongamos, para analizar el problema (y minimizar la suerte) que las apuestas están cubiertas.



| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|-------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | Sale 2-3-6 (sin repetición) |
| 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | | el feriante se queda en paz |
| 0 e | 1 e | 1 e | 0 e | 0 e | 1 e | | $(-3)+(+3)=0$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | Sale 2-2-6 (una repetición) |
| 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | | el feriante gana 1 e |
| 0 e | 2 e | 0 e | 0 e | 0 e | 1 e | | $(-3)+(+4)=+1$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | Sale 2-2-2 (dos repeticiones) |
| 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | 1 e | | el feriante gana 2 e |
| 0 e | 3 e | 0 e | 0 e | 0 e | 0 e | | $(-3)+(+5)=+2$ |

Si hay repetición gana el feriante, luego el jugador pierde.

El tran-tran

En la mesa del feriante hay cuatro dados de colores distintos. También es distinta la puntuación de cada una de sus seis caras.

| | | | | | | |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| ROJO | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| AZUL | 8 | 8 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| VERDE | 7 | 7 | 7 | 1 | 1 | 1 |
| AMARILLO | 6 | 6 | 6 | 6 | 0 | 0 |

Imagina que te dejan tirar 100 veces uno de los cuatro dados. Debes pagar 400 euros por jugar.

- ¿Jugarías?
- ¿Qué dado elegirías?

Pero no es éste el juego del feriante. Sería largo, aburrido y muy costoso para el que perdiera al final.

El juego que propone el feriante es el siguiente:

“Elige un dado. El que tú quieras. Yo elegiré otro. Ponemos un euro cada uno encima de la mesa. Tú tiras tu dado. Yo, el mío. Gana los dos euros el que saque mayor puntuación en su dado”

- ¿Te parece un juego justo?
- Ponte en la piel del jugador. ¿Qué dado elegirías?

Ahora eres el feriante. Piensa el color que elegirías en función del que elije el que juega.

- Analiza el juego. Haz un diagrama de árbol.

Si te fijas, te darás cuenta de que para cualquier opción del jugador, el feriante siempre encuentra una mejor. (¡?)

Quando falla la intuición

Una simple apuesta (Cumpleaños feliz)

Tomamos al azar tres personas.

- ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos celebren su cumpleaños el mismo mes?

Tomamos al azar cuarenta personas.

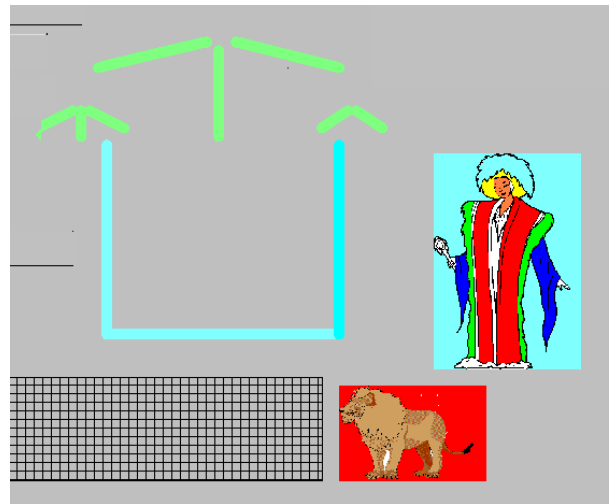
- ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos celebren su cumpleaños el mismo año?
- ¿A partir de cuántas personas es la probabilidad de coincidencia mayor que el 50%?

Estrategias

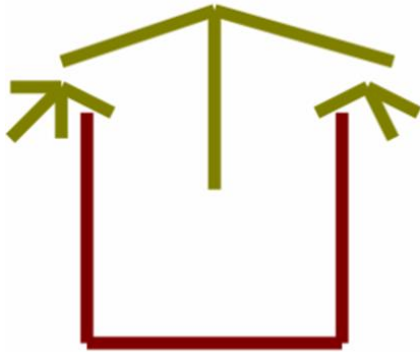
La princesa y el poeta

La princesa anda un poco preocupada. El poeta le ha pedido su mano al rey pero éste, que es un poco sádico, le somete a la prueba del laberinto. La princesa puede elegir entre esperarlo en su alcoba azul o en la rejilla de abajo.

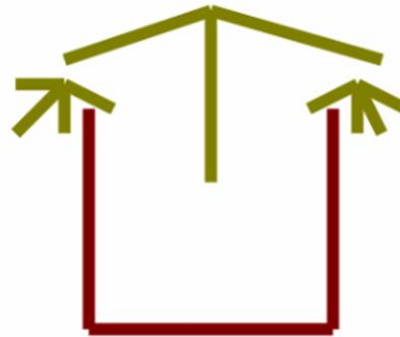
- ¿Dónde lo esperarías tú?
Mete 18 poetas en el principio del laberinto y sígueles la pista.
- ¿Qué probabilidad tiene el poeta de salvarse?
- Apuestas a la rejilla 1 euro y, si ganas, cobrarás 3. ¿Juegas? Apuestas a la alcoba azul 2 euros y, si ganas, cobrarás 3. ¿Juegas?
- Prueba con fracciones:



Princesa y poeta II

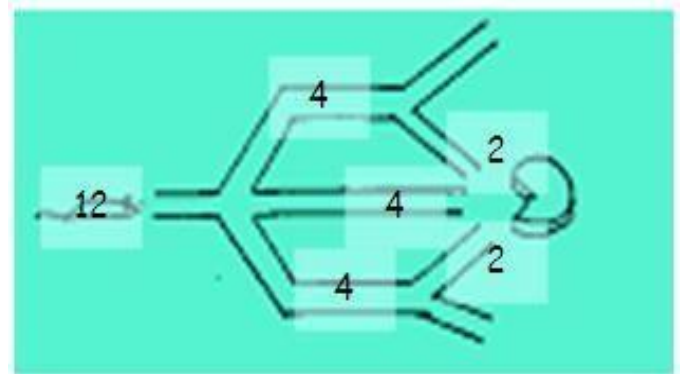


Princesa y poeta III



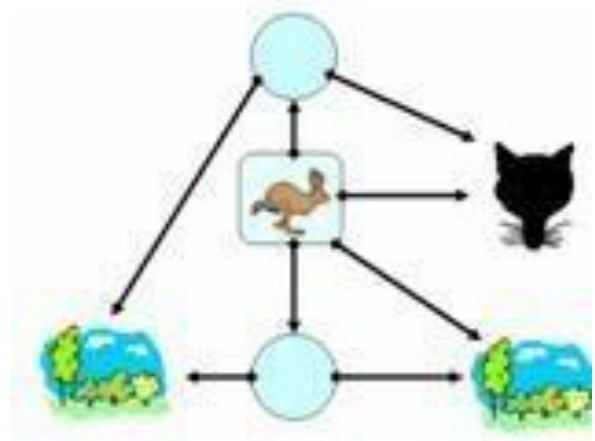
El ratón y el queso

Calcula ahora la probabilidad de que un ratón que entre desesperado en el laberinto llegue a probar el queso.



El conejo y el zorro

Haz correr desde la casilla central a 8 conejos y calcula la probabilidad de que un conejo se salve y la de que vaya a parar a las fauces del lobo.



La ruleta

Has tenido suerte. El día de convivencia del insti has ganado un premio. Girarás la flecha de la ruleta y, según se pare en uno u otro sector ganarás algún dinerillo. Debes elegir una de las cuatro opciones y explicar por qué lo haces. Suerte.

| | A | B | C | D |
|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ROJO | +40 euros | +60 euros | +80 euros | +50 euros |
| BLANCO | +10 euros | -10 euros | -10 euros | +10 euros |
| AZUL | +20 euros | +15 euros | -10 euros | +10 euros |



Imagínate ahora que vas a jugar 100 partidas.

- ¿Cuánto esperarías ganar en cada opción? ¿Cuál elegirías ahora?

No es difícil calcular la esperanza de ganancia en cada caso al cabo de 100 partidas:

$$E[A]= 2.750 \text{ euros} \quad E[B]= 3.125 \text{ euros} \quad E[C]= 3.500 \text{ euros} \quad E[D]= 3.000 \text{ euros}$$

La C es, a la larga, la opción más rentable. Sin embargo, muchos preferirían la D porque así tienen la seguridad de que, en ningún caso, perderán, aunque tengan muy mala suerte.

- Tú, ¿cuál elegirías?

La moneda

Tiras una moneda. Elige una de las tres opciones y explica por qué lo haces.

| | A | B | C |
|------|-----------|-----------|-----------|
| CARA | +40 euros | +20 euros | +60 euros |
| CRUZ | +10 euros | 0 euros | -10 euros |

El dado

Ahora tiras un dado. En este caso debes poner cierta cantidad de dinero para jugar. El sistema de pérdidas y ganancias se describe en la tabla. ¿Por cuántos euros estarías dispuesto a jugar?

| PAR | UNO | TRES | CINCO |
|-----------|---------|----------|-----------|
| +40 euros | 0 euros | -6 euros | -60 euros |

i