Taller de Talento Matemático
Asociación de Aragón
ttm.unizar.es

Sergio Martínez Juste
Universidad de Zaragoza

Preparación Olímpica: Razones geométricas y semejanza

[1] En un triángulo isósceles ABC cuyos lados iguales son AB y BC existe un punto P en el lado BC tal que $\overline{BP} = \overline{PA} = \overline{AC}$.

[1.1] Calcula la medida de los ángulos del triángulo ABC.

[1.2] Halla el valor de la razón $\frac{\overline{BP}}{\overline{PC}}$. ¿Qué relación tiene con la proporción áurea?

[2] Al trazar las diagonales de un pentágono regular se forma en su interior un nuevo pentágono regular. ¿Qué relación existe entre las áreas de los dos pentágonos?

[3, Teorema de la bisectriz] Dado un triángulo ABC cualquiera, llamemos P al pie sobre el lado BC de la bisectriz trazada desde A. Demostrar que $\frac{\overline{AB}}{\overline{BP}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CP}}$.

[4] El trapecio isósceles $ABCD$ tiene lados paralelos AB y CD. Sabemos que $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 5$ y $\angle DAB = 60^o$. Se lanza un rayo de luz desde A que rebota en CB en el punto E e interseca en AD en el punto F. Si $\overline{AF} = 3$, calcula el área del triángulo AFE.

[5] En el triángulo acutángulo ABC se consideran los puntos H, D y M del lado BC, que son pies respectivos de la altura AH, la bisectriz AD y la mediana AM que parten desde el vértice A. Si las longitudes de $\overline{AB}, \overline{AC}$ y $\overline{MD}$ son respectivamente 11, 8 y 1, calcule la longitud del segmento $\overline{DH}$.

[6] Se dan dos circunferencias, de centros O y O' y radios $R = 8$ y $R' = 4$, respectivamente, tangentes exteriores en el punto A. Por un punto B de la tangente común, se trazan dos tangentes BC y BC', siendo C y C' los puntos de contacto con cada una de las circunferencias. Sea $x = \overline{AB}$. Calcula el límite de la razón de las áreas de los triángulos ABC y ABC' cuando:

[6.1] x tiende a $+\infty$.

[6.2] x tiende a 0.