RALLYEMATHÉMATIQUE SANS FRONTIÈRES

SOLUCIONES

PRUEBA

2006

1- El vino que va

Observamos que el sector correspondiente a África tiene un ángulo recto, por tanto, representará la cuarta parte del total. También podemos observar que el ángulo central correspondiente a Asia es de 60º, por tanto, será un sexto del total. A América le corresponderá el resto (el ángulo correspondiente es de 360º-60º-90º=210º

África:

$$\frac{1}{4}\ de\ 72 = \mathbf{18\ millones\ de\ euros}$$

Asia:

$$\frac{1}{6} de\ 72 = \mathbf{12\ millones\ de\ euros}$$

América:

$$72 - 18 - 2 = \mathbf{42\ millones\ de\ euros}$$

2 – ¡A por la liga de campeones!

Como no ha empatado ninguno, el porcentaje de partidos perdidos es 100%-80%=20% que corresponden a 5:

$$\frac{20}{100}x = 5$$

Luego: $x = 25$

El total de partidos de la liga es 25.

3 – ¡Cuántos doses!

En el intervalo $[0,100)$: $2, 12, \overbrace{20, 21, 22, \ldots.29}^{10}, 32,42, \ldots \ldots \ldots .92$

En total hay 9+10=19

La misma cantidad en los intervalos: $[100,200), [300,400), \ldots \ldots . [900,1000)$

En $[200,300)$ los 100 números contienen un 2

Por tanto, en el intervalo $[0, 1000)$ hay: 19x9+100=271

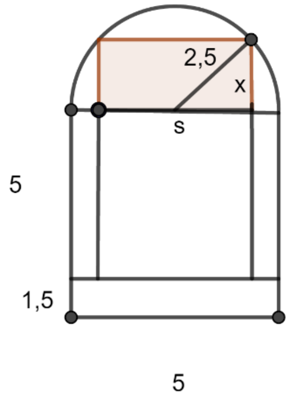
El mismo estudio se realizaría en el intervalo $[1000,2000)$ que tendría otros 271 números

Finalmente quedaría los números 2000, ….2006: es decir, 7 números más.

$$El\ total\ será: 271x2 + 7 = 549$$

Hay un total de 549 números enteros que contienen al menos una cifra 2.

4 – El problema del ferroviario



El radio del círculo es 2,5 m y el lado horizontal del rectángulo formado es 4 (anchura del container) Por tanto, tenemos un triángulo rectángulo de catetos 2 y x y de hipotenusa 2,5.

Por el Tª de Pitágoras:

$$x^2 + 2^2 = 2{,}5^2$$

De donde: $x = \sqrt{6{,}25 - 4} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5\ m$

Por tanto, la altura máxima del container será

$$5 + 1{,}5 - 1{,}5 = 5\ metros$$

Ya que a la altura 5+x hay que quitarle la de la plataforma.

La altura máxima es de 5 metros.

5 – Cinéfilo

Si llamamos N al total de películas vistas por Daniel:

Si llamamos A a la media con la primera película, B con la segunda y M la media anterior:

$$\begin{cases} A = M + 0{,}1 \\ B = M - 0{,}1 \end{cases}$$

Si restamos miembro a miembro obtenemos:

$$A - B = 0{,}2$$

$$\frac{\sum x_i \cdot e_i + 4}{N+1} - \frac{\sum x_i \cdot e_i + 1}{N+1} = 0{,}2$$

$$\frac{3}{N+1} = 0{,}2$$

$$N + 1 = 15$$

$$N = 14$$

Daniel ha visto 14 películas desde comienzos de año.

6- Un problème mathématique / AHindu Mathematical Problem

Si llamamos x al primer grupo de monos, como dicen que hay 12 en el segundo grupo, el total de monos es x+12

La condición dice que:

$$x = \left(\frac{x+12}{8}\right)^2$$

Desarrollando:

$$64x = (x+12)^2$$

$$64x = x^2 + 24x + 144$$

$$x^2 - 40x + 144 = 0$$

Resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{40 \mp \sqrt{1600 - 576}}{2} = \frac{40 \mp 32}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{8}{2} = 4 \\ x = \frac{72}{2} = 36 \end{cases}$$

Si x=4 , el total es x+12=16

Si x=36, el total será x+12=48

El total es 16 o 48.

Especial Tercero de ESO

7– ¡Qué familia!

Sea x la cifra de las centenas del número buscado, y la de las decenas y z la de las unidades:

Sabemos que: $350 < xyz < 650$ por lo que x≥3

Y que: $xyz - zyx = 99$

De esta expresión se deduce:

$$\mathbf{100x + 10y + z - (100z + 10y + x) = 99}$$

$$\mathbf{99x - 99z = 99}$$

$$\mathbf{x = 1 + z}$$

(z=x-1≥>3-1=2)

El número N ser: $N = (z+1)\ y\ \ z$

También sabemos que al ser múltiplo de 9 la suma de sus cifras es un múltiplo de 9:

Teniendo en cuenta que 6≥x≥3 , z=x-1 , el número comprendido entre 350 y 650 y que la suma de cifras es múltiplo de 9., x puede ser 3, 4, 5 ó 6:

~~342~~ (es menor que 350), 423, 504, 594, ~~675~~(supera 650)

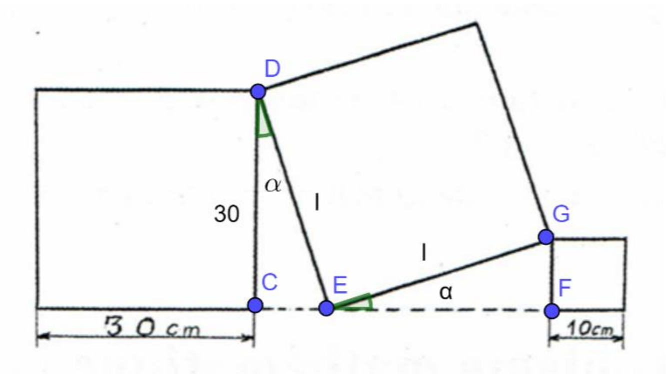
La familia está formada por los tres números siguientes: 423, 504 y 594

8 -El cubo equilibrista

Observamos que se forman dos triángulos:

El primero formado por el suelo y los lados del primer y segundo cuadrado.

El segundo triángulo formado por la base del segundo cuadrado, el lado del tercer cuadrado y el suelo.



Los dos triángulos rectángulos son semejantes ya que uno de los ángulos es 90º y el otro ángulo (α) es el mismo al estar formado por lados perpendiculares. Dos triángulos rectángulos con dos lados iguales son semejantes.

Como además la hipotenusa vale lo mismo en los dos triángulos (lado del cuadrado segundo, l), tenemos que los dos triángulos rectángulos son iguales y que, por tanto, sus lados miden 30, 10 y l (lado del segundo cuadrado).

Para hallar este lado, aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$l^2 = 30^2 + 10^2 = 1000$$

$$l = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

El volumen pedido será:

$$V = l^3 = \left(10\sqrt{10}\right)^3 = \mathbf{10000\sqrt{10}\, cm^3} \approx \mathbf{31\,622,777\ cm^3}$$

Especial Cuarto de ESO

7. – Los cuadrados del museo

Llamamos:

a= nº de baldosas del pedestal b= nº de baldosas total

$$b^2 = 391 + a^2$$

$$b^2 - a^2 = (b + a) \cdot (b - a) = 391 = 23 \cdot 17$$

$$\begin{cases} b + a = 23 \\ b - a = 17 \end{cases}$$

Sumando obtenemos b=20, luego a=3

Las dimensiones de la sala serán 20x20cm =400 cm =4 m de lado

La del pedestal: 3x20cm =60cm de lado

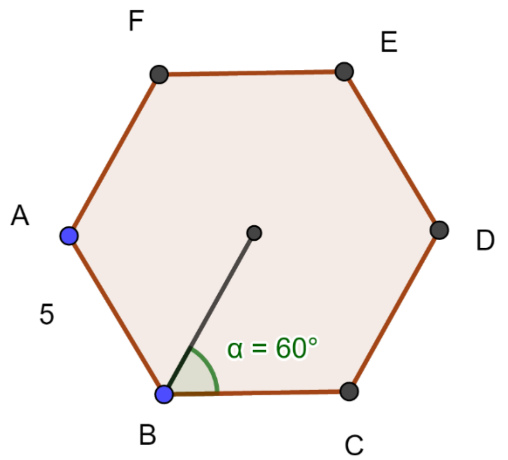
Las dimensiones de la sala son: 4 mx4 m

Y la del pedestal: 60cm x 60 cm

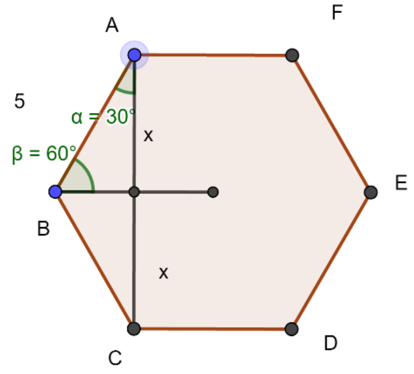
8– Una rueda graciosa

El arco correspondiente a 60º es la sexta parte del ángulo completo: $\frac{2\pi r}{6}$

En la 1ª rotación sobre B: r=AB=5 La longitud será: $L = \frac{1}{6} 2\pi \cdot 5 = \frac{5\pi}{3}$



En la 2ª rotación sobre C: El radio será AC=2x



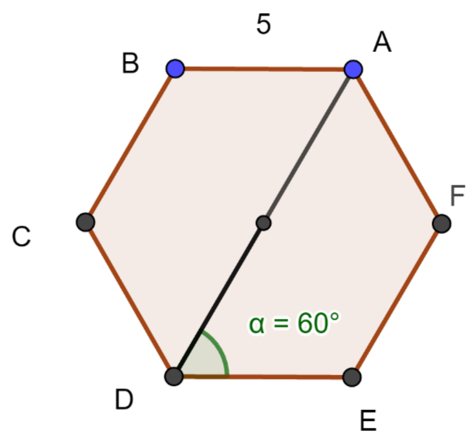
Para calcular x: $cos30º = \frac{x}{5}$

$$x = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$r = AC = 2x = 2\frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ L

la longitud: $L = \frac{1}{6}2\pi \cdot 5\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$

En la 3ª rotación sobre D: r=AD=10 La longitud $l = \frac{1}{6}2\pi \cdot 10 = \frac{10\pi}{3}$



En la 4ª rotación sobre E: el radio coincide con el de la segunda rotación AC=AE:

$r = AE = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ La longitud: $L = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$

En la 5ª rotación sobre F: $r = AF = 5$ La longitud: $L = \frac{5\pi}{3}$

En la 6ª rotación sobre G: r=AA=0 Longitud: 0

1) La distancia recorrida por A en la primera rotación es $\frac{5\pi}{3} \approx \mathbf{5,24\ cm}$
2) La longitud de la trayectoria total recorrida por A será:

$$L = \frac{\pi}{3}\left(5 + 5\sqrt{3} + 10 + 5\sqrt{3} + 5 + 0\right) = \frac{\mathbf{5\pi}}{\mathbf{3}}\left(\mathbf{4 + 2\sqrt{3}}\right) \approx \mathbf{39,08cm}$$