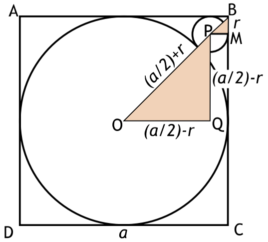
Josep Rochera Gaya (IES Goya)
Zaragoza, 2 de febrero de 2018

Figuras geométricas inscritas
Sangakus japoneses

Semejanza

1.1 Circunferencia inscrita entre un cuadrado y otra circunferencia inscrita.

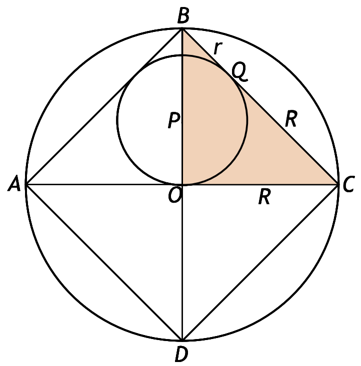


Los triángulos OPQ y BPM son semejantes:

$$\frac{(a/2)+r}{V2\ r} = \frac{(a/2)-r}{r} \text{ -------> } r = (2-V2)a/4$$

Teorema de Pitágoras

1.2 Relación entre el radio de la circunferencia pequeña y el de la grande (ABCD es un cuadrado).



Del triángulo BPQ:

CBO = 45º --------> BQ = PQ = r

OPC = PQC -------> QC = OC = R

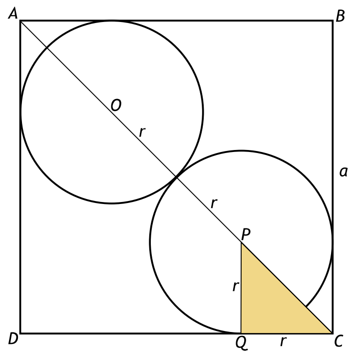
OBC=isósceles ------> BC=V2 R

r+R=V2 R ----------> $\boxed{r = (V2-1) R}$

1.3 Inscribir en un cuadrado de lado a dos circunferencias de radio r (EJERCICIO).

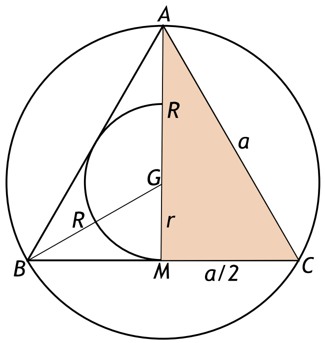
PC = V2 r --------> AC = V2 a = 2V2 r +2 r

$$r = \frac{2-V2}{2}\ a$$



Propiedades del baricentro

1.4 Relación entre los radios de las circunferencias inscrita y circunscrita a un triángulo equilátero.



Por simetría, el centro de las circunferencias, G, es el baricentro de ABC, luego:

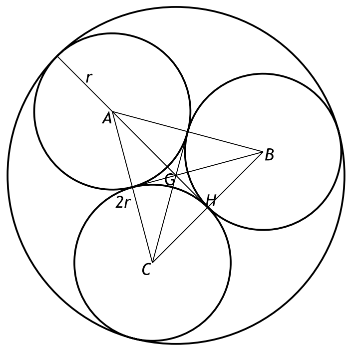
R = AG = 2 AM = 2 r .

Además, de ACM: AM = R+r = 3r .

Aplicando Pitágoras se obtiene:

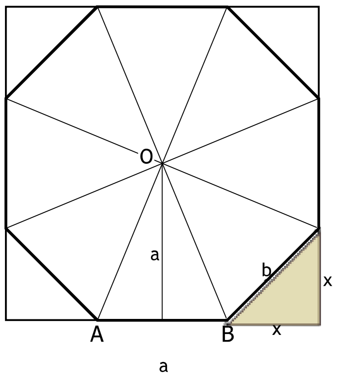
r = a/(2V3) y R = a/V3

1.5 Circunferencia circunscrita a tres circunferencias tangentes del mismo radio.



Utilización de variables auxiliares

1.6 *Halla el lado y el área de un octógono regular inscrito en un cuadrado.*



Utilizaremos una variable auxiliar x:

$a = b + 2x$

$b = \sqrt{2}\,x$

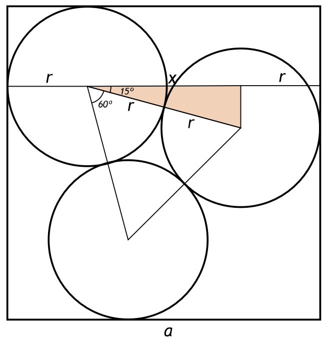
eliminando la x :

$a = (1+\sqrt{2})\,b$ -----------> $b = a / (1+\sqrt{2})$

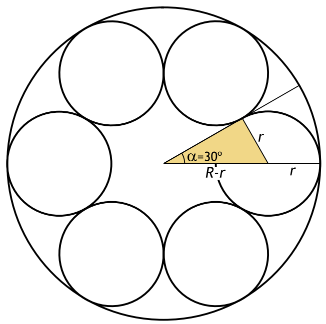
Para hallar el área, se calcula la apotema, un triángulo, y se multiplica por 8.

Trigonometría

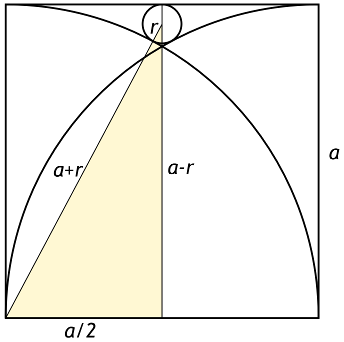
1.7 *Inscribir tres circunferencias pequeñas de radio r en un cuadrado de lado a.*

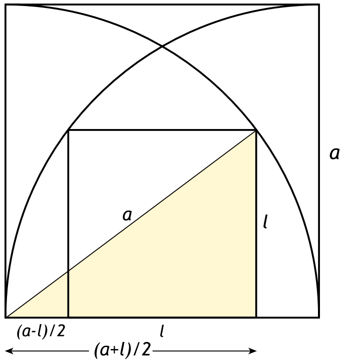


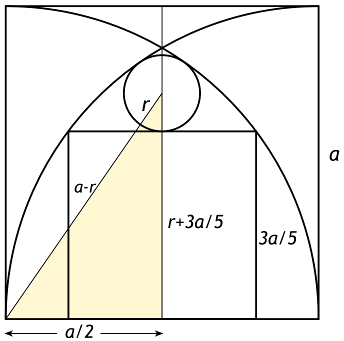
1.8 *Radio r de seis circunferencias tangentes entre sí e inscritas a otra de radio R. Generalizar al caso de n circunferencias interiores.*



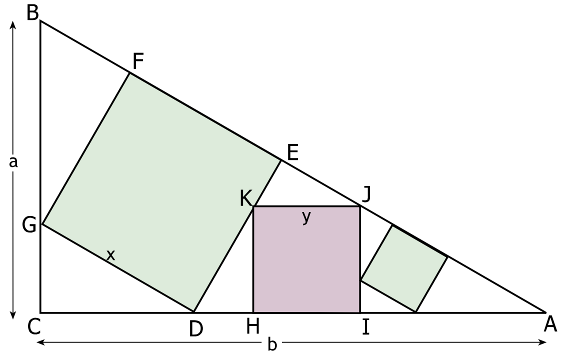
2.1 Cuadrados y circunferencias inscritos.



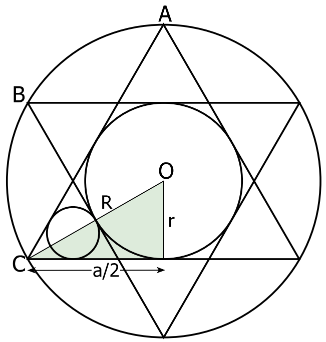




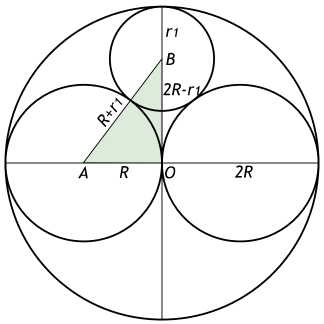
2.2 Cuadrados sucesivos inscritos en un triángulo rectángulo.



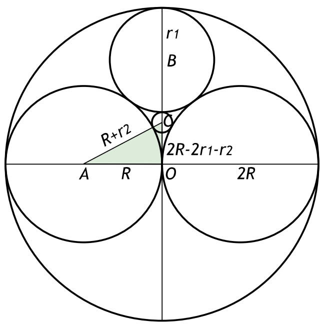
2.3 Circunferencias inscritas en una estrella pitagórica.



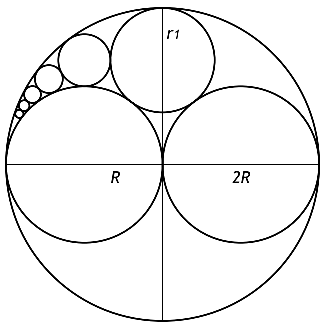
2.4 *Circunferencias inscritas sucesivamente en otra circunferencia.*



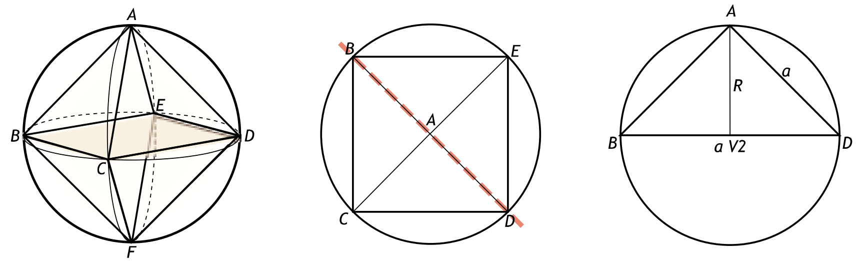
2.5 *Otra circunferencia inscrita en el problema anterior.*



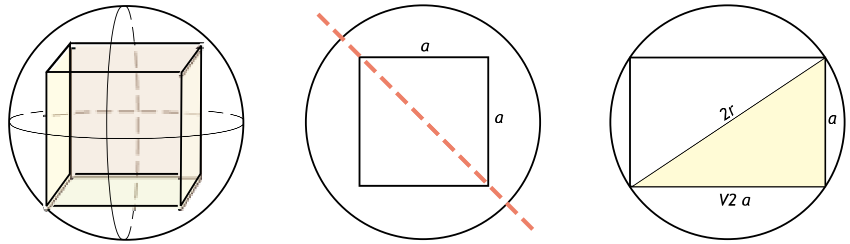
2.6 *Sucesión de circunferencias inscritas en el problema anterior.*



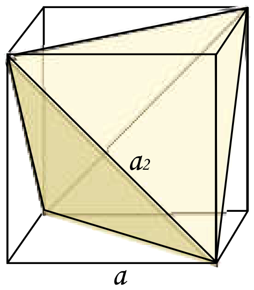
3.1 *Octaedro inscrito en una esfera.*



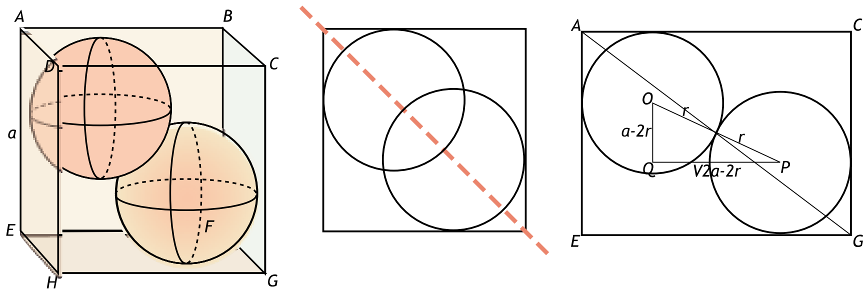
3.2 *Cubo inscrito en una esfera.*



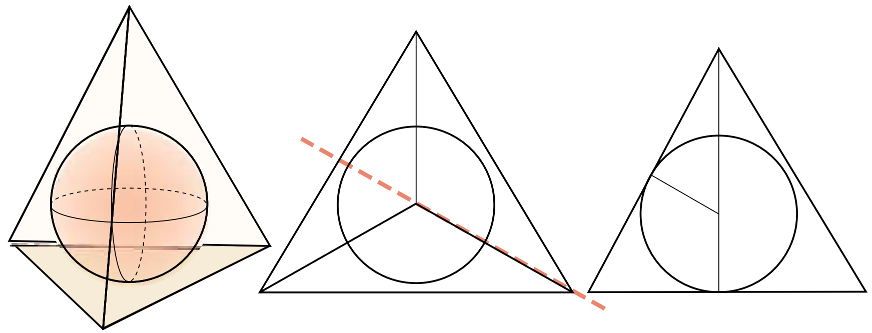
3.3 Tetraedro inscrito en cubo. Calcula su volumen.



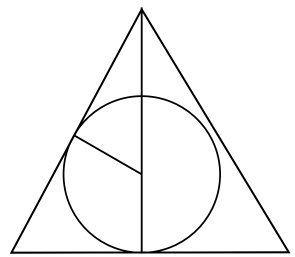
3.4 Dos esferas inscritas en un cubo, las diagonales del cubo no se ven.



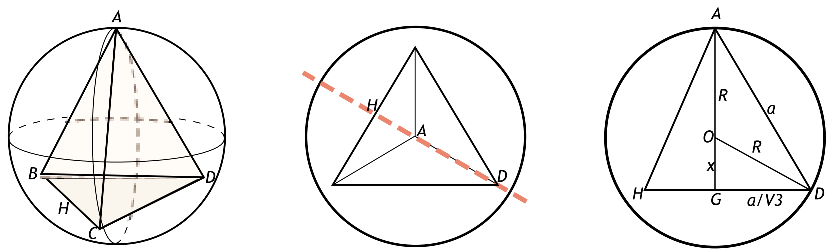
3.5 Esfera inscrita en un tetraedro regular de arista a.



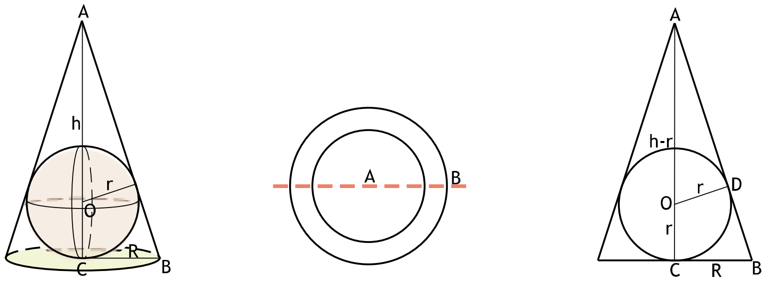
A la vista del resultado podemos preguntarnos si el dibujo era real o estaba verdaderamente deformado.
Con los resultados obtenidos podemos construir la circunferencia y el triángulo a escala, obteniendo la figura:



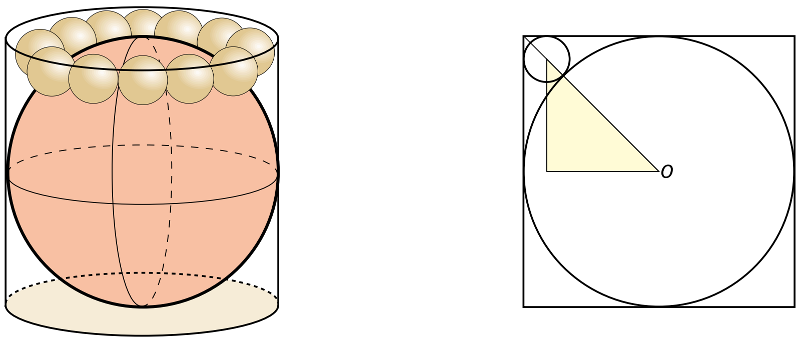
3.6 Tetraedro regular de arista a inscrito en una esfera de radio R.



3.7 *Esfera inscrita en un cono.*



3.8 *Esfera inscrita en un cilindro con bolas inscritas en el espacio resultante.*



3.9 *Sobre una mesa hay tres esferas del mismo radio R y tangentes entre sí. En el hueco que determinan con la mesa, está inscrita una pequeña esfera tangente a las tres anteriores y con radio r. Hallar r en función de R. (Se representa una visión cenital).*