TOPOLOGÍA II

TEOREMA DE LOS 4 COLORES

TTM Febrero 2017 – A. Rodés

Coloreando mapas

Möbius propuso en 1840 este problema:

Había una vez un rey que tenía cinco hijos.
En su testamento pidió que a su muerte su
reino se dividiera en cinco regiones, de modo
tal que cada región tuviera frontera en común
con las otras cuatro.

¿Se pueden satisfacer los términos del testamento?

Un problema más difícil:

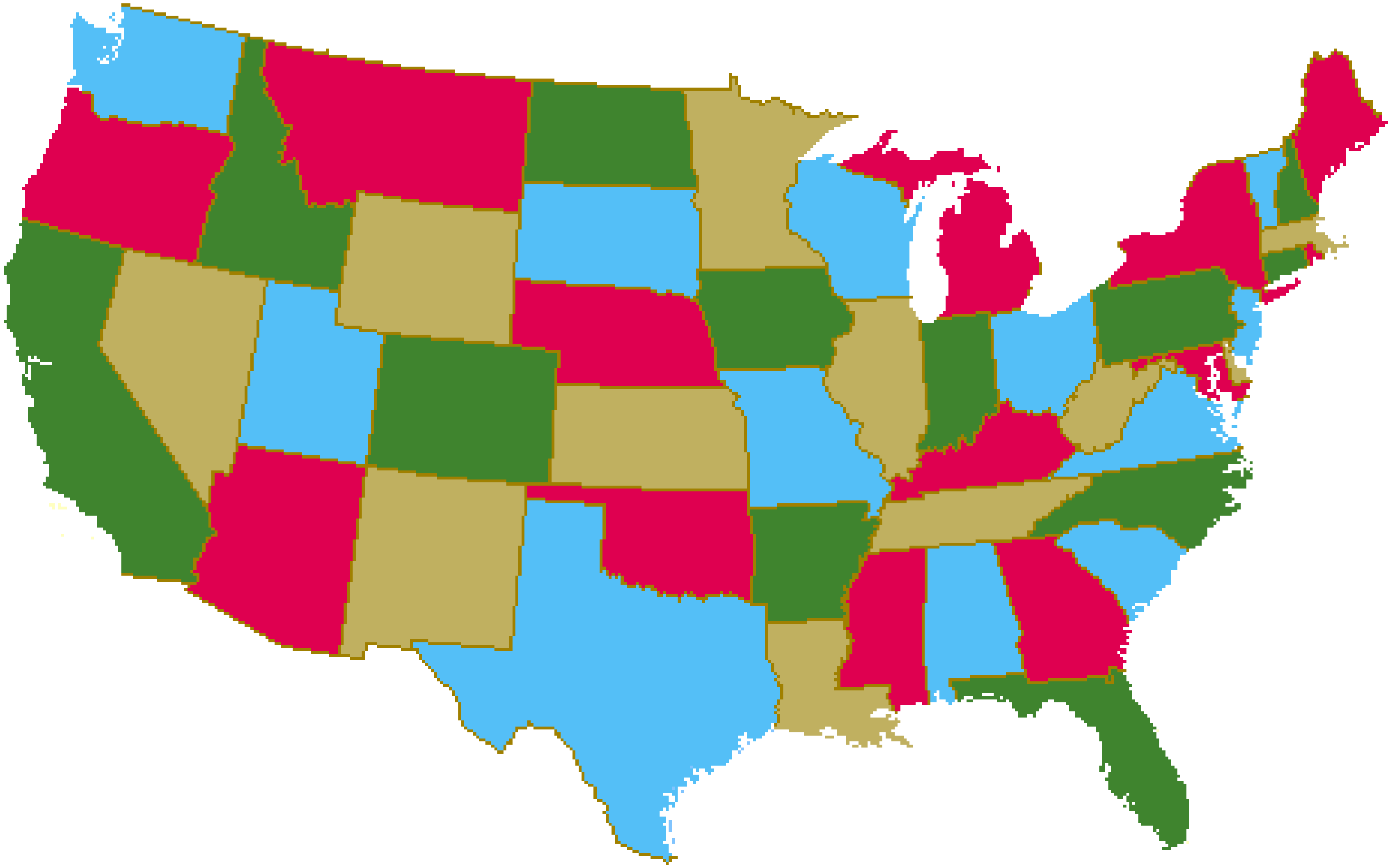
¿Cuántos colores hacen falta para colorear un mapa, de modo que dos regiones limítrofes tengan distinto color? Las regiones que se cortan en un punto no se consideran limítrofes.

¿Cuántos colores se necesitan para colorear un tablero de ajedrez?

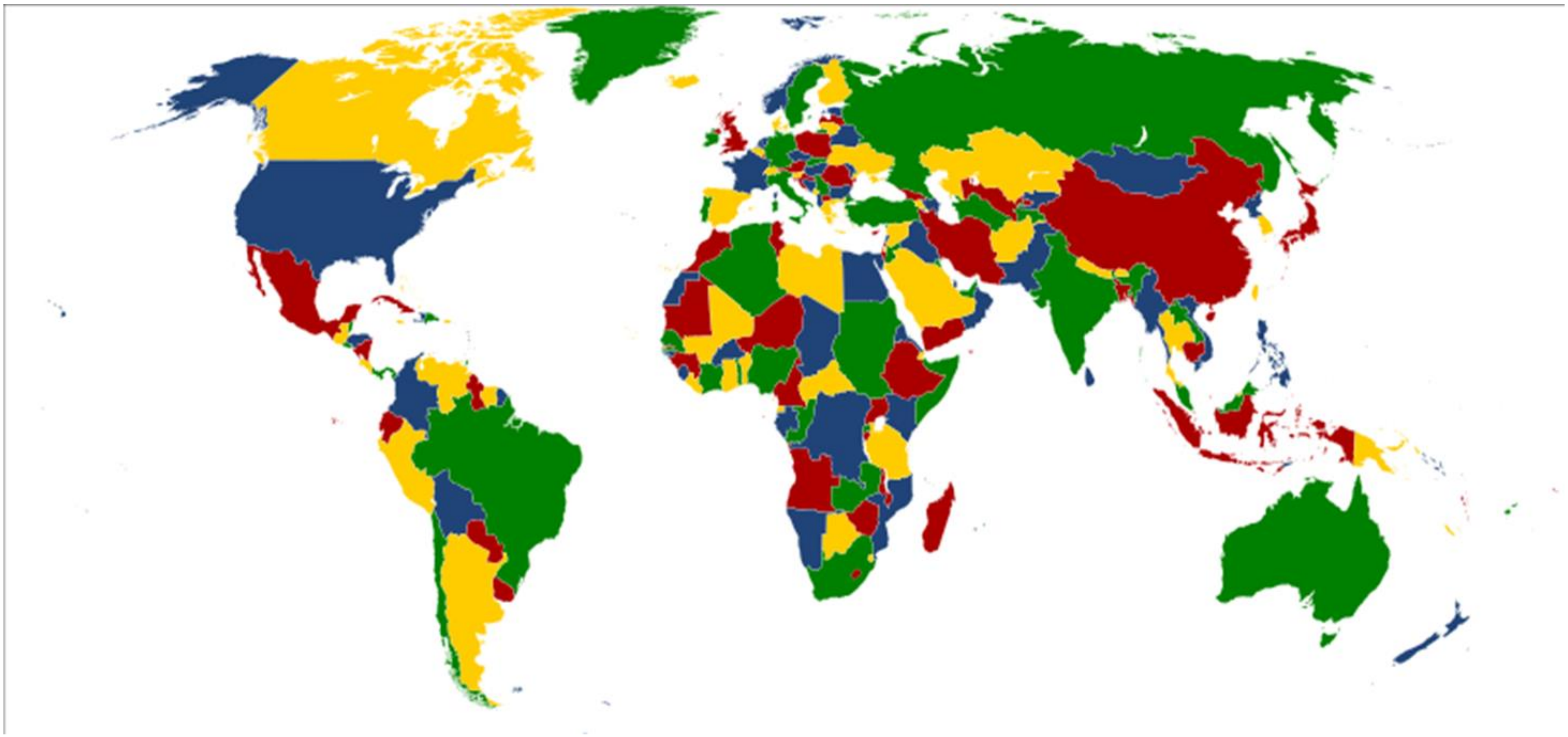
¿Hay otros mapas que se pueden colorear sólo con dos colores?

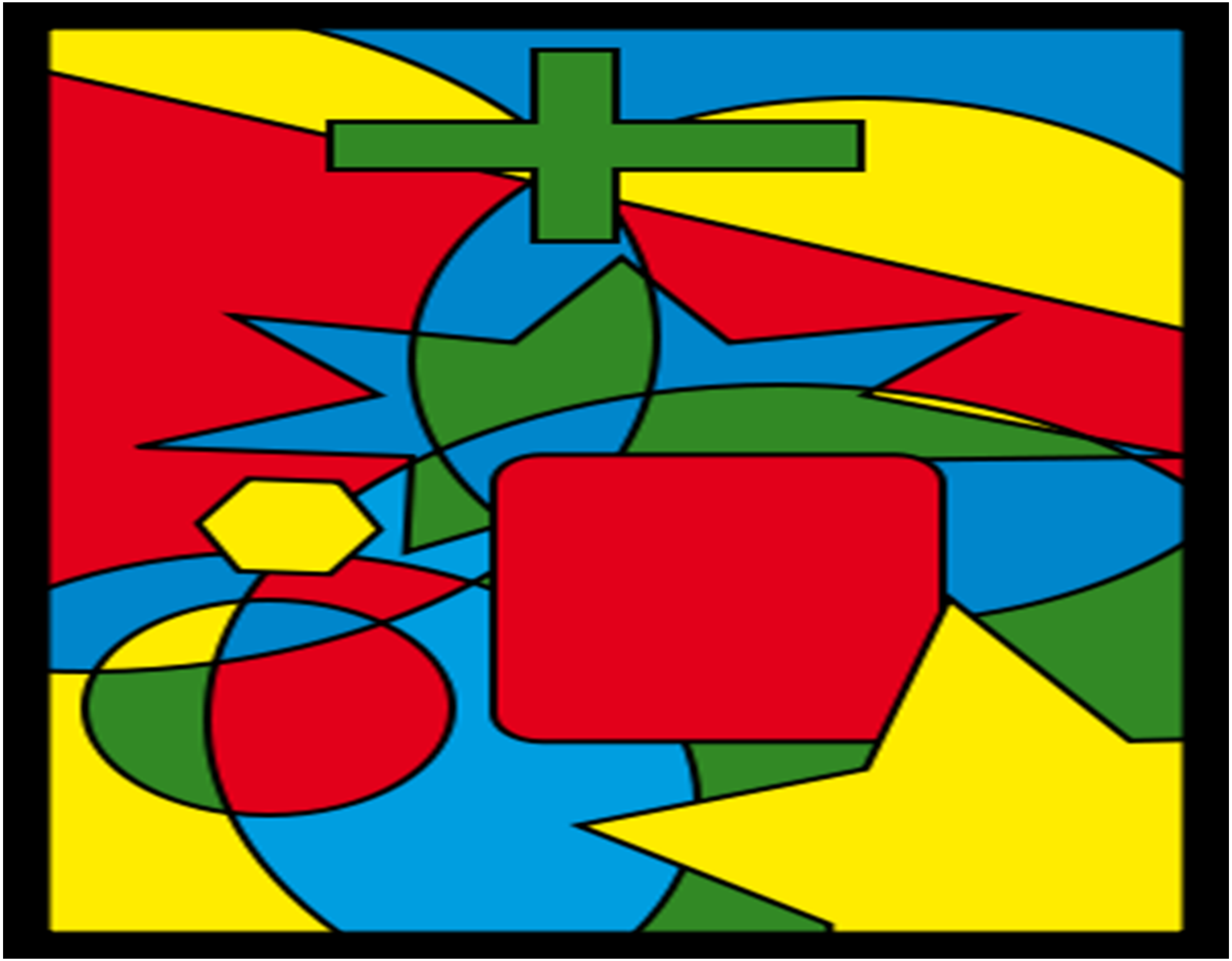
Estudiar los mapas con fronteras de líneas rectas.

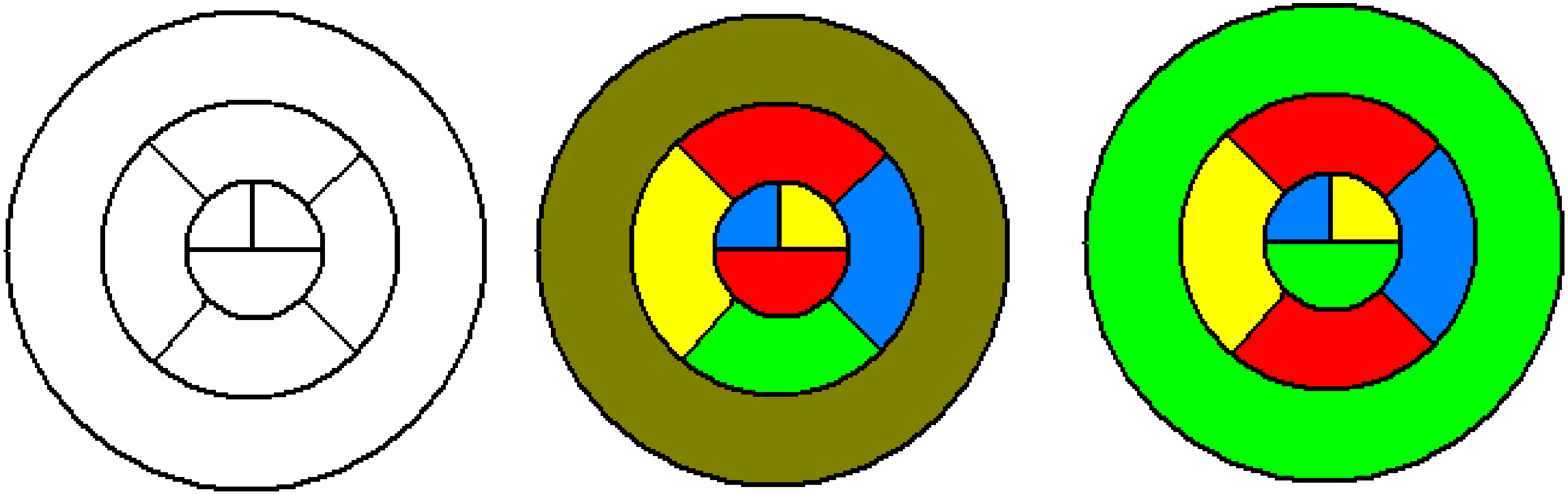
¿Se puede colorear éste mapa con sólo tres colores?



Este mapa está coloreado con cuatro colores.



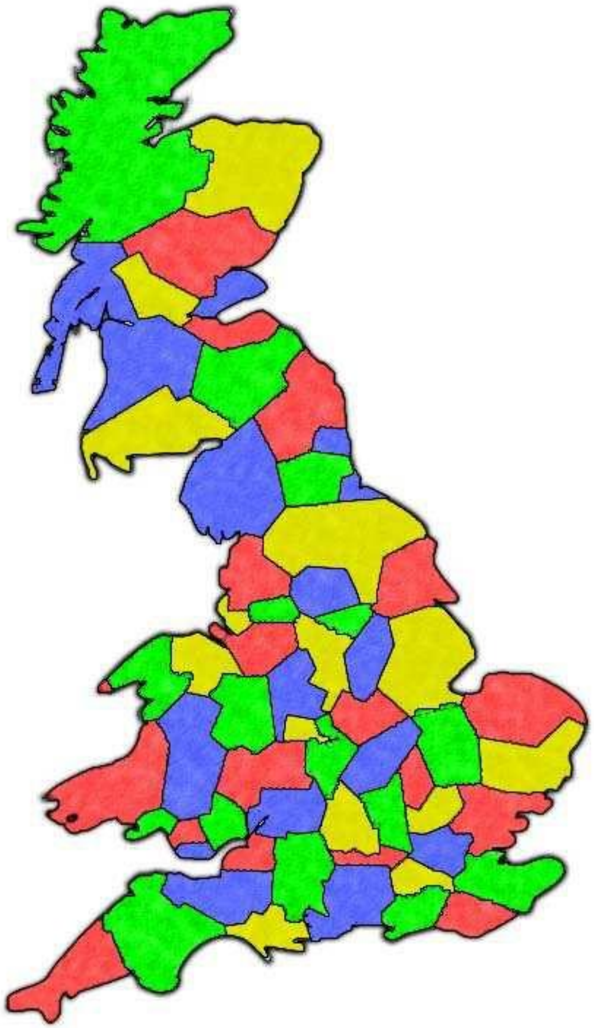




¿Bastan 4 colores para colorear un mapa plano, de modo que dos países con frontera común tengan diferente color?

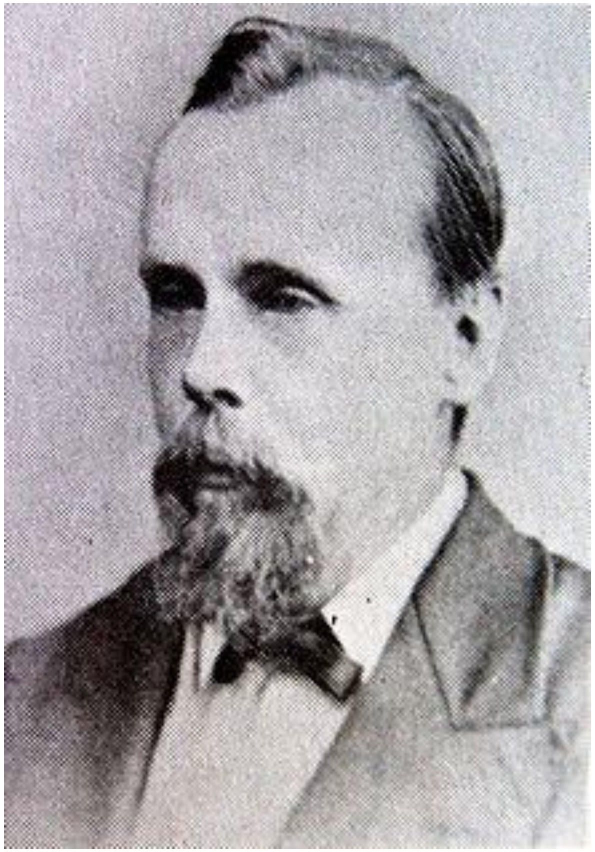
¿Es un problema topológico?

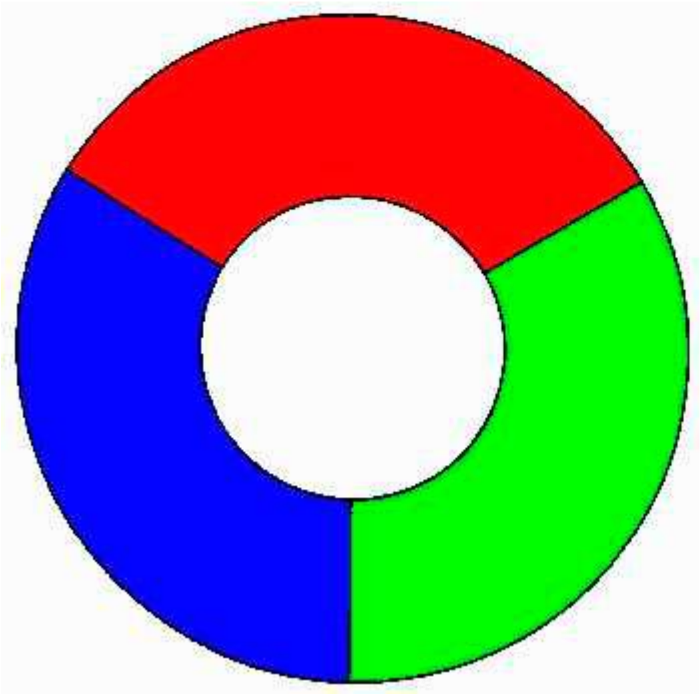
¿Cambia algo si en vez de ser plano, el mapa estuviera sobre una superficie esférica?



Francis Guthrie (1839-1899) abogado y botánico, observa que puede colorear un mapa complejo de los cantones de Inglaterra con 4 colores.

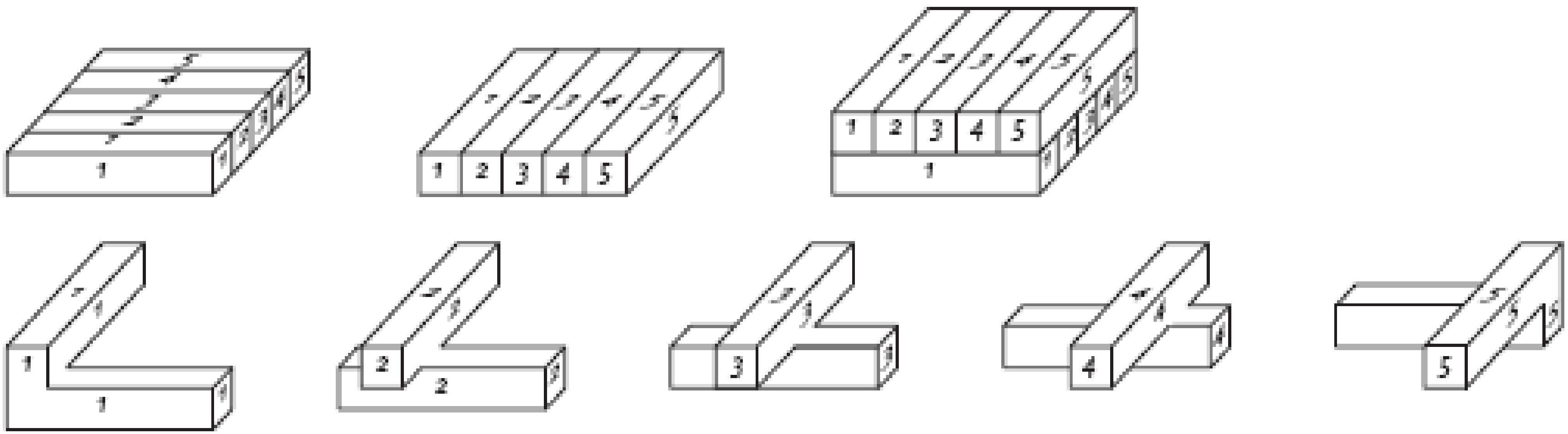
Francis Guthrie observa que 3 colores no son suficientes





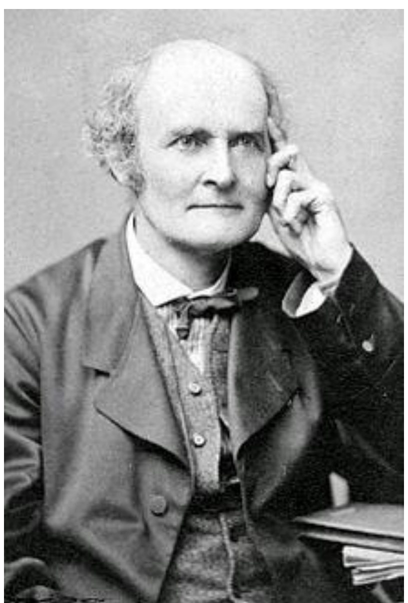
En 1852, Francis le comenta el problema a su hermano Frederick (University College London)

Frederick Guthrie fue el primero en observar que el problema de los cuatro colores no se podía generalizar a dimensión 3.
En efecto en dimensión 3 se puede construir un ejemplo de mapa tridimensional que precise tantos colores como se desee : “Pila de tizas”



Frederick le pasó el problema a Augustus de Morgan

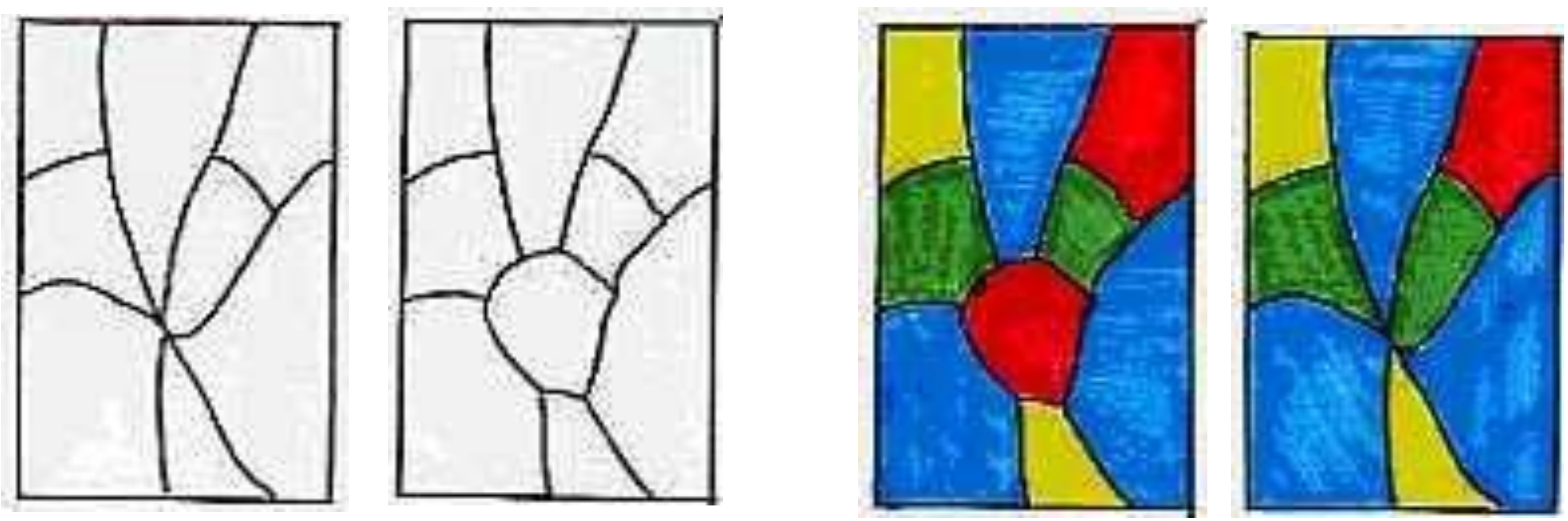
Augustus de Morgan (1806-1871) estaba muy interesado en la conjetura de los 4 colores y difundió entre sus colegas su importancia.



Arthur Cayley (1821-1895) de la Universidad de Cambridge.
En junio de 1878, Arthur Cayley acude a un Encuentro de la London Mathematical Society, donde hace la pregunta:

*“Has a solution been given of the
statement that in colouring a
map of a country, divided into counties,
only four colours are
required, so that no two adjacent
counties should be painted in
the same colour?”*

En 1879 (“Proc. Royal Geographical Soc.”) : Basta con limitarse a mapas cúbicos, es decir, aquellos en los que hay exactamente **3** regiones en cada punto de encuentro



Alfred Bray Kempe (1849-1922)

Tras la pregunta de Cayley en la London Math. Soc. se interesa por el problema de los 4 colores

En junio de 1879 obtiene su solución del teorema de los 4 colores y lo publica en el Amer. Journal of Math.

Demostración un tanto compleja

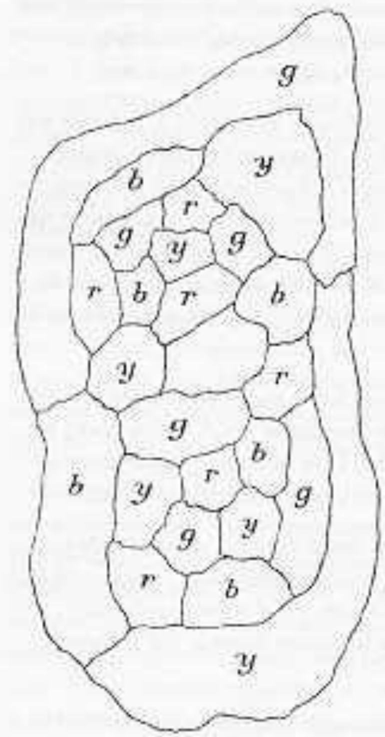
Todos pensaban que la prueba tenía que ser más corta…

En 1887, el director del Clifton College organiza un concurso para encontrar una demostración del teorema de los 4 colores que ocupase ***“menos de 30 líneas y una página de diagramas*”.**

Entre otros, presenta una prueba el obispo
de Londres, que más tarde sería el arzobispo de Canterbury (**Frederick Temple**, 1891-1902) en el *Journal of Education* en 1889…

Percy John Heawood (1861-1955)

10 años despues de la prueba de Kempe encuentra un caso para el que falla la demostración



Heawood's counter-example to Kempe's proof.

PERCY JOHN HEAWOOD

Heawood (1961-1955) era conocido por su excentricidad. En su obituario en la London Math. Soc. se destacaba: “*In his appearence, manners and habits*
of thought, Heawood was a extravagantly unusual man. He had an inmense moustache and a meagre, slightly stooping figure. He usual wore an inverness cape of strange pattern and manifest antiquity, and carried an ancient handbag. His walk was delicate and hasty, and he was often accompanied by a dog, which was admitted to his lectures”.

Heawood prueba el teorema de los 5 colores usando el argumento de las cadenas de Kempe.

El error fatal…

Kempe admite su error en las páginas de los Procedings of the London Math. Soc. y el 9 de abril de 1891 dice lo siguiente en un encuentro de la London Mathematical Society:

"***My proof consisted of a method by which any map can be coloured with four colours. Mr. Heawood gives a case in which the method fails, and thus shows the proof to be erroneous.***

I have not succeded in remedying the defect, though it can be shown that the map which Mr. Heawood gives can be coloured with four colours, and thus his criticism applied to my proof only and not to the theorem itself".

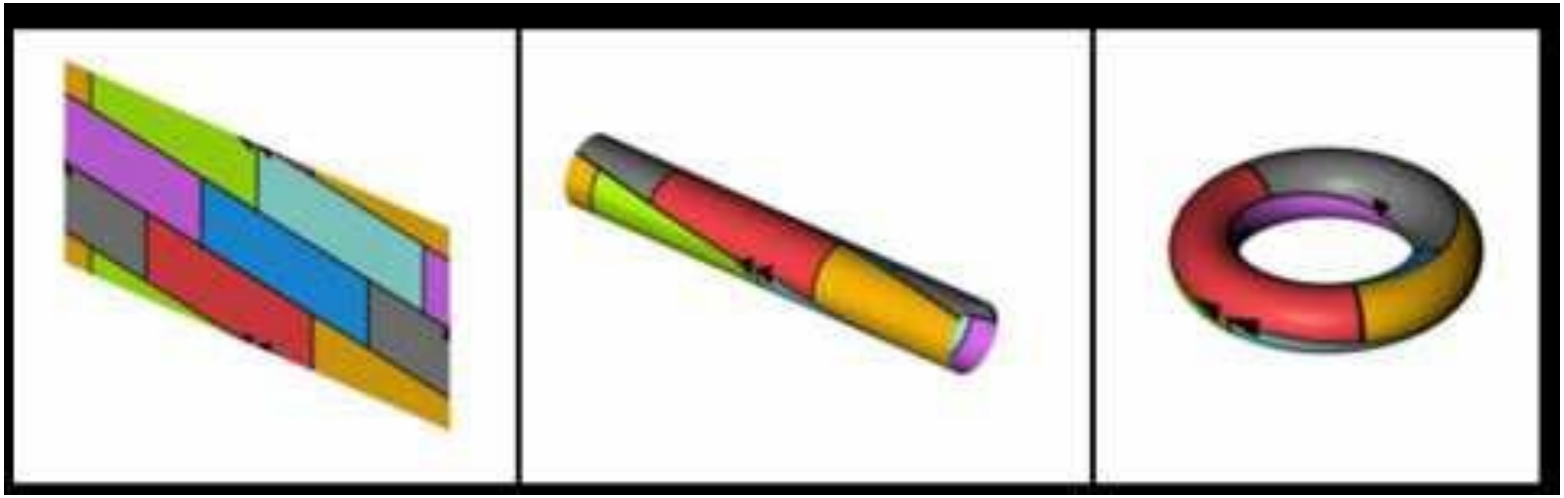
Hermann Minkovski (1864 -1909)

Dijo en cierta ocasión a sus alumnos que él no había resuelto el problema de los 4 colores, porque se trataba de un problema que sólo habían atacado matemáticos de tercera fila…

Si quiero, puedo probarlo*”**… algún tiempo más tarde reconoció de manera sumisa: ***“El cielo se ha enfadado por mi arrogancia: mi prueba es también errónea”

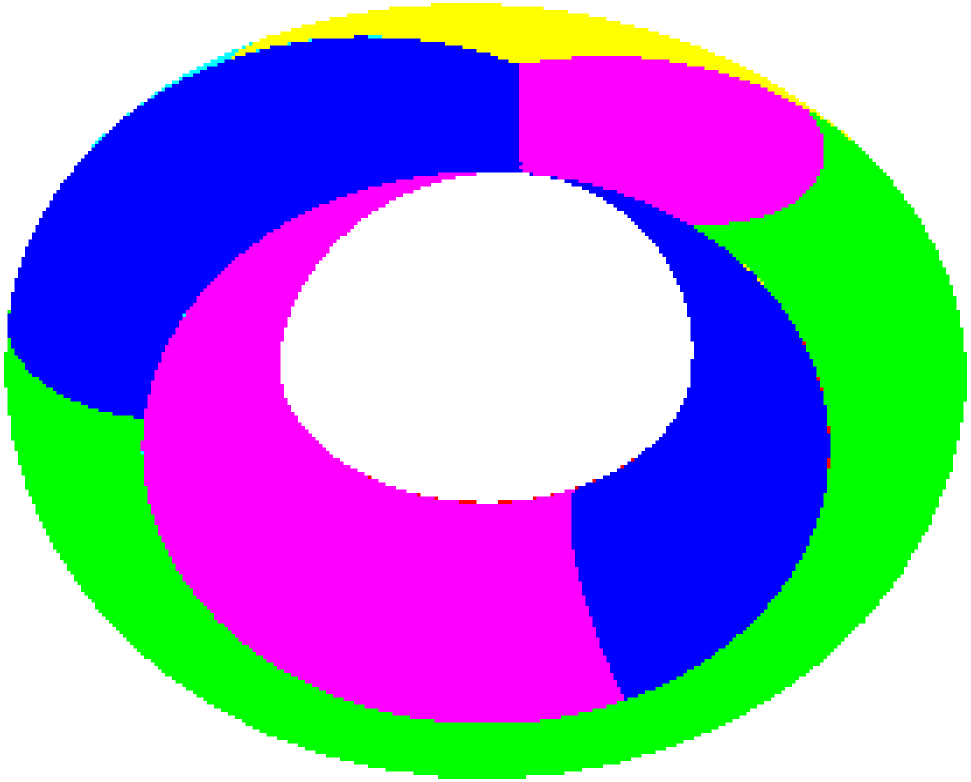
Se resolvió el problema para mapas sobre superficies aparentemente más complicadas que el plano :

-Para el toro : 7 colores

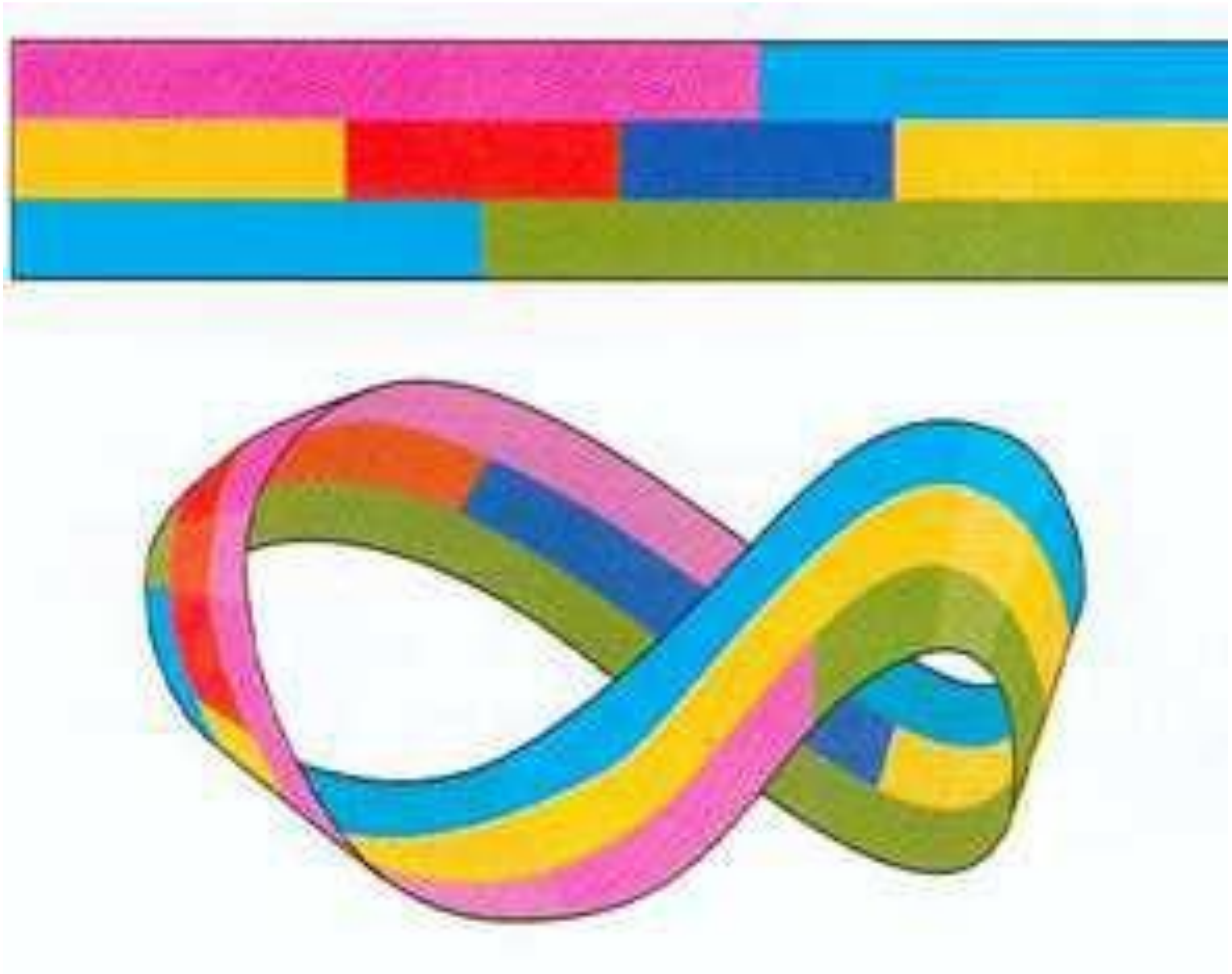


Para el toro de 2 agujeros : 8 colores

Para la botella de Klein : 6 colores



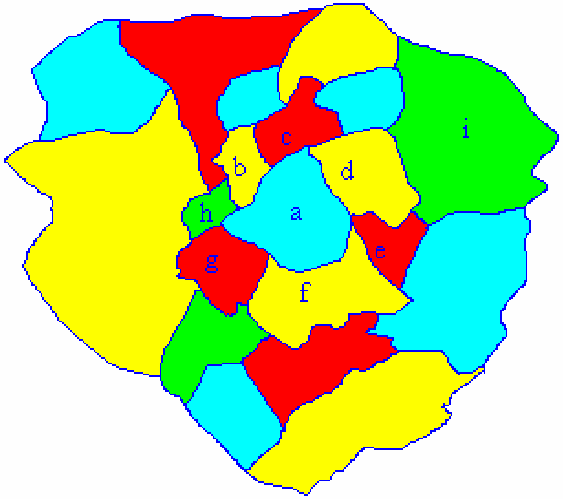
Para la banda de Möbius : 6 colores



Pero para el plano (o la esfera) : ¿?

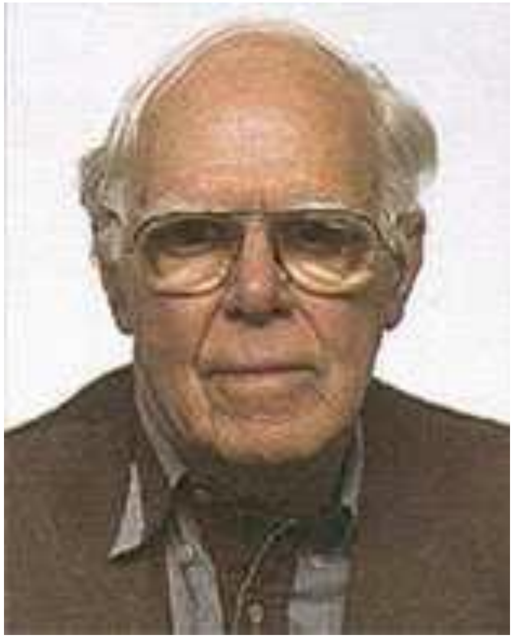
Se hicieron algunos avances :

- Hasta mapas de 36 regiones : Bastan 4 colores
- Todo mapa con 6 colores (1950)
- Todo mapa con 5 colores
- …….

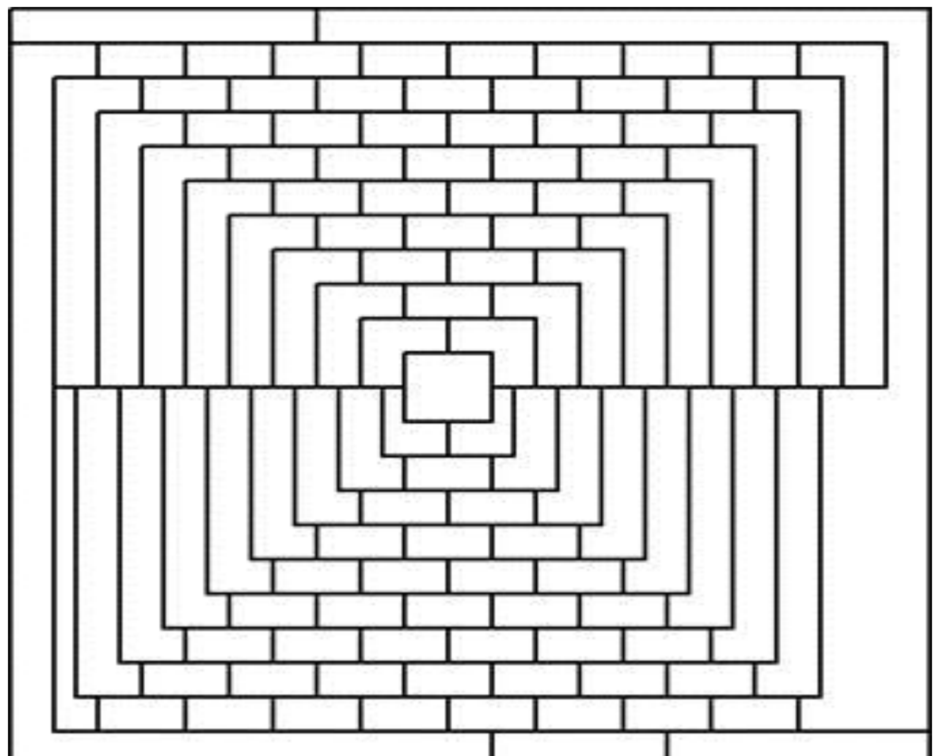


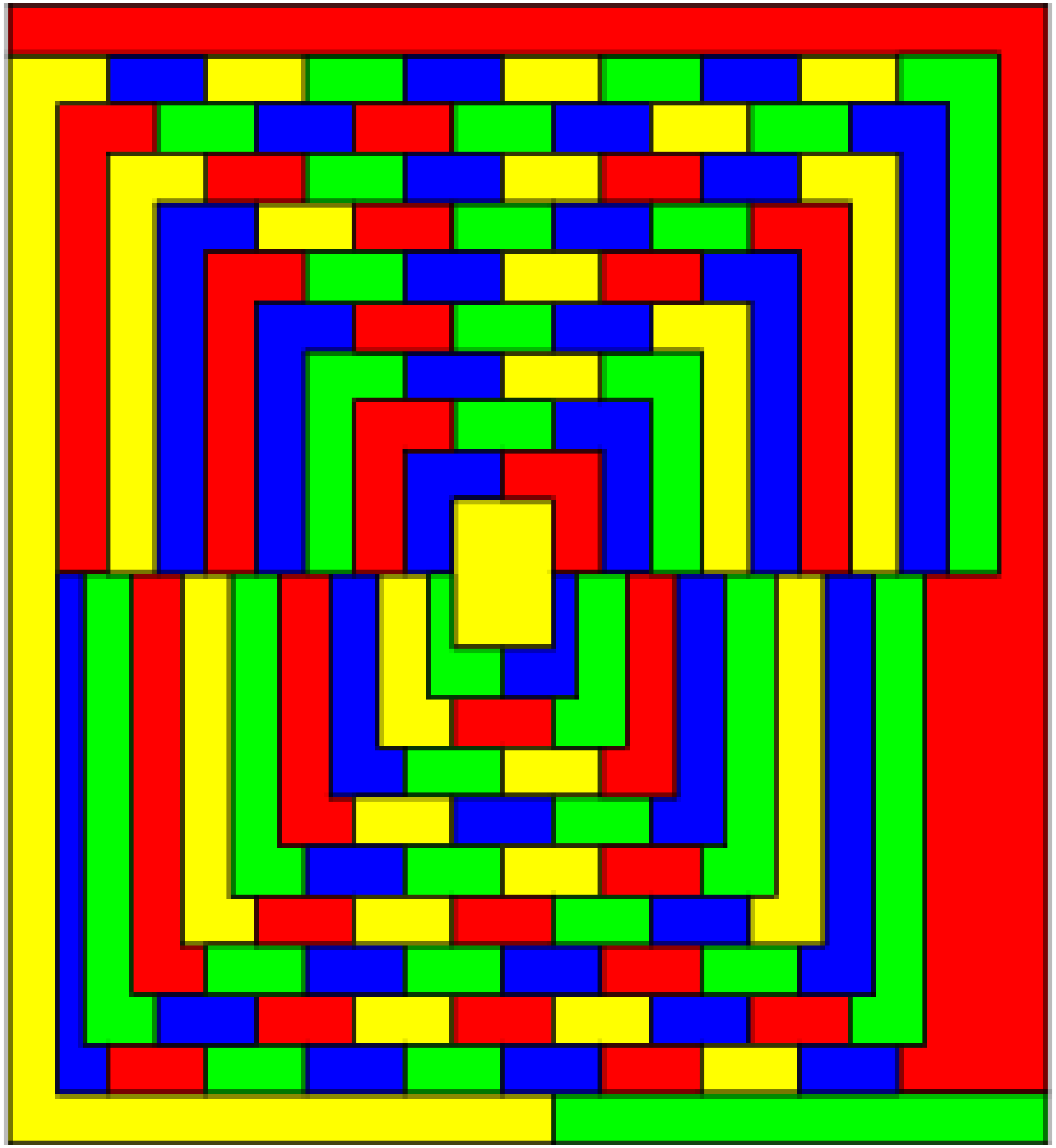
¿Bastarán 4 colores?

Martín Gardner (1914 – 2010)



Publicó el 1 de abril de 1975 un artículo, pretendiendo que se había encontrado un mapa que requería necesariamente ***5 colores***, dando así un contraejemplo, que invalidaba la aún por entonces conjetura de los 4 colores.





¡Se podía con 4 colores! Era una broma para el “fool day”

OTRAS "BROMAS" DE GARDNER

El 1 de abril es el ***Día de los inocentes***… en *Six sensational discoveries that somehow or another have escaped public attention (*Sci. Amer. **232**, 127-131, 1975), Gardner hacía tambalearse parte de la Ciencia, hablando de:

1. Una refutación de la teoría de la relatividad de Einstein, a través de un experimento del físico británico ***Humbert Pringle***;

2.El descubrimiento en el *Codex Madrid I,* de que Leonardo había inventado el retrete que se limpia con el agua de su cisterna, debido a ***Augusto Macaroni*** de la Universidad Católica de Milán;

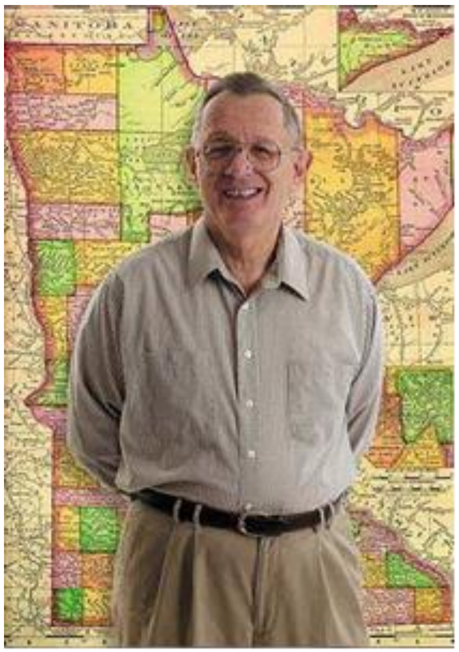
3.La demostración de ***Richard Pinkleaf***, con ayuda del ordenador MacHic, de que el movimiento de apertura de peón a cuatro torre de rey en ajedrez gana siempre la partida;

4.El sorprendente resultado de que el número **e** elevado a π(163)½ es el número entero 262.537.412.640.768.744, obtenido por ***John Brillo*** de la University of Arizona;

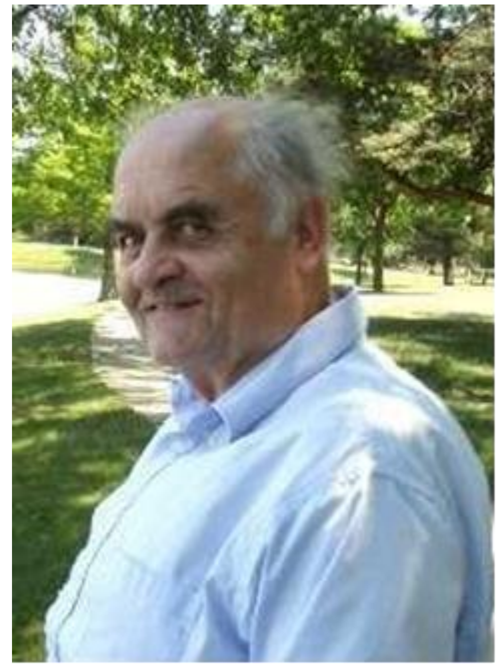
5.Y la construcción por el afamado parapsicólogo ***Robert Ripoff***, de un motor que funciona con energía mental.

125 años tras su planteamiento, la conjetura seguía abierta

Appel y Haken con 50 dias de cálculo de un ordenador IBM 360 “completaron” la demostración en 1976



Ken Appel



Wolfgang Haken

¿Esa prueba es válida?

- Muchos matemáticos aceptaron ésta como una prueba irrefutable, pero otros muchos argumentaron que ***eso*** no era una demostración matemática, … la máquina había comprobado que una gran cantidad de mapas podían colorearse usando a lo más 4 colores, ¿pero, y sí existía un mapa, que el ordenador no hubiese contemplado y que no podía colorearse de esa forma?

En esa época uno de los comentarios que se hacían era:

“Una buena demostración matemática es como un poema , ¡esto es un listín telefónico!”

Hubo que esperar hasta 1996

N. Robertson, D.P. Sanders, P. Seymour y R. Thomas (Georgia Institute of Technology), publican ***A new proof of the four- colour theorem*.**




REFERENCIAS :

ALSINA, C. TRILLAS, E. (1989). Lecciones de Álgebra y Geometría. Ed. GustavoGili.

DAVIS, P., HERSH R. (1989). Experiencia Matemática. Ed. Labor Barcelona.

ENCICLOPEDIA SALVAT (1997). Tomo 5. Salvat Editores S.A. Barcelona.

GARDNER , M. (1980). "Nuevos pasatiempos matemáticos" Alianza Editorial.

JUEGOS DE INGENIO. Coleccionable. Ed. Orbis.

STEWART, I. (1998). De aquí al infinito. Ed. Grijalbo Mondadori Barcelona.

MACHO ,M **El teorema de los 4 colores**

http://www.acanomas.com/
http://es.wikipedia.org/)
http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/
mate1o.htm
http://www-history.mcs.st-
and.ac.uk/history/HistTopics/The_four_colour_theorem.html
http://enciclopedia.us.es/index.php/Teorema_de_los_cuatro_col
ores
http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/cuentosconcuentas/
cuatrocolores/cuatrocolores0004.htm
http://www.matematicas.profes.net/archivo2.asp?id_contenido=
44287
http://www.arrakis.es/~mcj/index.htm.
http://www.explora.cl/otros/metro/mapas.html
http://www.millicomperu.com.pe/flaviomoreno/4colores_archivo
s/libro1_archivos/primeraparte.htm