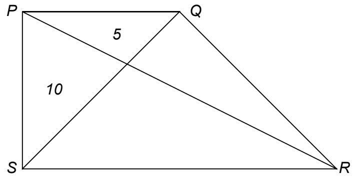
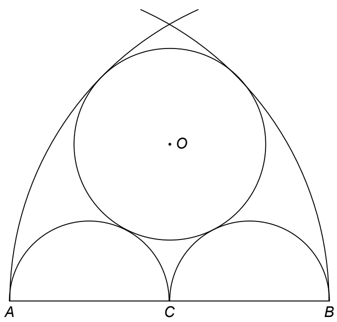
Geometría

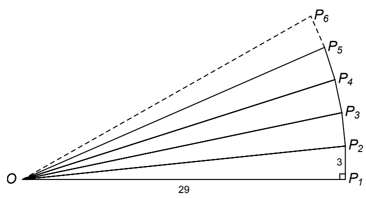
Problema 1. En el trapecio rectángulo $PQRS$ trazamos las diagonales, siendo 5 y 10 las áreas de dos de los triángulos que determinan, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área del trapecio?



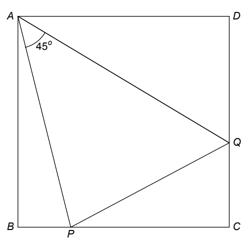
Problema 2. Determinar el radio de la circunferencia de centro O que es tangente a las dos semicircunferencias de diámetros AC = CB = 10 cm y a los arcos de centros A y B y radio AB.



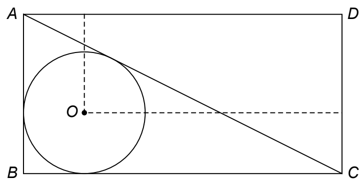
Problema 3. La sucesión de puntos $P1, P2, \cdots$, describe una espiral en torno al punto O, de manera que, para $j \geq 1$, cada uno de los triángulos P_jOP_{j+1} es rectángulo y $P_jP_{j+1} = 3$. Si $OP_1 = 29$, ¿ cuál es el siguiente valor de n para el que OP_n es un número entero?



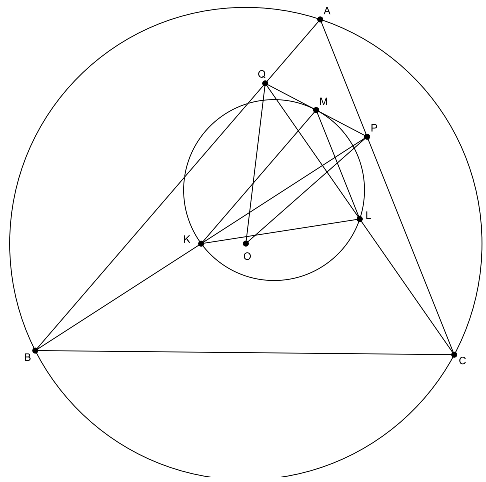
Problema 4. Dado un cuadrado $ABCD$ de lado L, se escoge P, en BC, y Q, en CD, de manera que el ángulo $\angle PAQ = 45^o$. Calcular el perímetro del triángulo ΔPQC.



Problema 5. En el rectángulo $ABCD$ de área 2016 se ha dibujado una circunferencia de centro O inscrita en el triángulo ΔABC. ¿ Cuál es el área del rectángulo de lados paralelos al inicial en el que O y D son vértices opuestos?



Problema 6. Sea ABC un triángulo con circuncentro O. Sean P y Q puntos interiores de los lados CA y AB, respectivamente. Sean K, L y M los puntos medios de los segmentos BP, CQ y PQ, respectivamente, y Γ la circunferencia que pasa por K, L, y M. Se sabe que la recta PQ es tangente a la circunferencia Γ. Demostrar que $OP = OQ$.



Problema 7. En el triángulo $\triangle ABC$, $AB < AC$ y O es su circuncentro. Sea D el punto de intersección de la recta tangente a la circunferencia en A con la recta BC. Sea E la intersección de la mediatriz del segmento AB con la recta perpendicular a BC en B y sea F la intersección de la mediatriz del segmento AC con la recta perpendicular a BC en C. Probar que D, E y F están alineados.