SUCESIONES "LOOK AND SAY"

José María Muñoz Escolano (jmescola@unizar.es)

Departamento de Matemáticas - Facultad de Educación

Taller de Talento Matemático (4º E.S.O.)

4 de noviembre de 2016

¿Conocéis alguna sucesión numérica?

¿Qué es una sucesión?

¿Habéis visto alguna en clase de Matemáticas?

SUCESIONES ARITMÉTICAS (PROGRESIONES ARITMÉTICAS)

Ejemplos

¿Qué les pasa?

¿Dónde las encontramos?

José M. Muñoz-Escolano

3
5
7
9
...

¿Cómo sigue?

¿Cuál es el término que está en la posición 10?

¿Cuál es término *n*-ésimo?

José M. Muñoz-Escolano

SUCESIONES GEOMÉTRICAS (PROGRESIONES GEOMÉTRICAS)

Ejemplos

¿Qué les pasa?

¿Dónde las encontramos?

José M. Muñoz-Escolano

2

14

98

686

…

¿Cómo sigue?

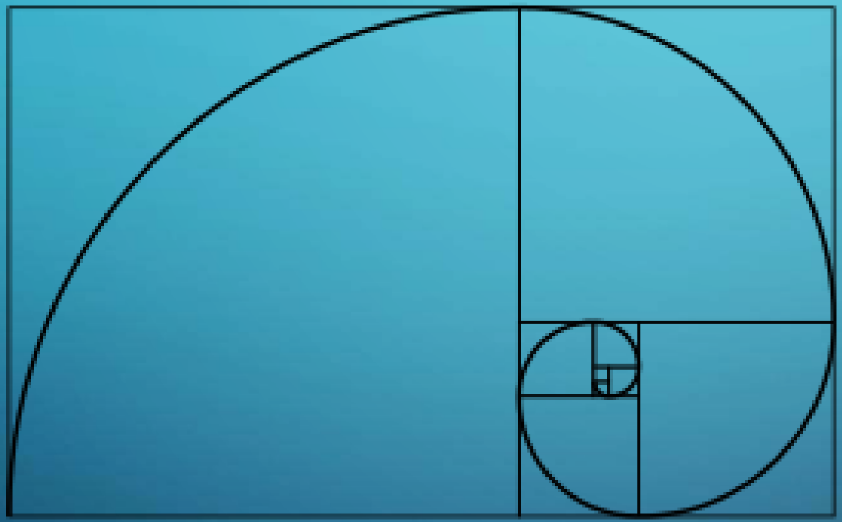
¿Cuál es el término que está en la posición 10?

¿Cuál es término *n*-ésimo?

Otra sucesión “famosa”:

LA SUCESIÓN DE FIBONACCI

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 91213 \ldots$$



José M. Muñoz-Escolano

Y AHORA OTRAS SUCESIONES….

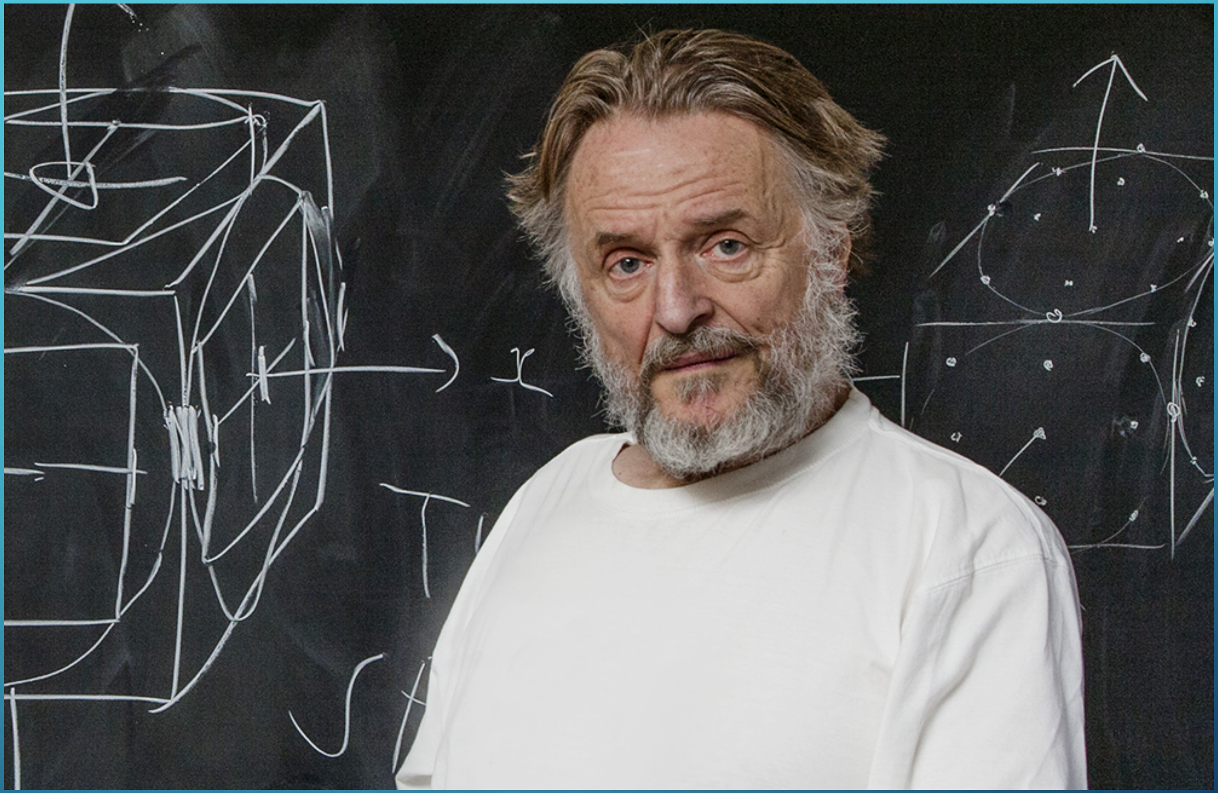
José M. Muñoz-Escolano

1
11
21
1112
3112
...

¿CÓMO SIGUE?

¿CUÁL ES EL TÉRMINO QUE ESTÁ EN LA POSICIÓN 10?

¿CUÁL ES TÉRMINO N-ÉSIMO?



JOHN H. CONWAY

José M. Muñoz-Escolano

- Nacido en Liverpool en 1937
- Estudió en Cambridge
- Profesor de Matemáticas en la Universidad de Princeton
- Referente en el campo de la Teoría de juegos y de la Matemática recreativa

Sucesión ordenada "Look and say" ("Ver y decir")

1	Un uno
11	Dos unos
21	Un uno y un dos
1112	Tres unos y un dos
3112	
…	

José M. Muñoz-Escolano

SUCESIÓN ORDENADA "LOOK AND SAY"
("VER Y DECIR")

1	Un uno
11	Dos unos
21	Un uno y un dos
1112	Tres unos y un dos
3112	Dos unos, un dos y un tres
211213	
…	

José M. Muñoz-Escolano

SUCESIÓN ORDENADA "LOOK AND SAY" ("VER Y DECIR")

1	Un uno
11	Dos unos
21	Un uno y un dos
1112	Tres unos y un dos
3112	Dos unos, un dos y un tres
211213	

…

Siguiendo el mismo proceso el término 10 sería el

31121314

En el término 13 se alcanza el

21322314

José M. Muñoz-Escolano

¿Y si empezamos por el 2 o por el 3?
¿También nos “pararemos”?
¿En qué término?

¿Y si empezamos por el 5 o por el 7?
¿También nos “pararemos”?
¿En qué término?

José M. Muñoz-Escolano

¿Y si empezamos por el 65?
¿También nos "pararemos"?
¿En qué término?

¿Y si empezamos por el 56?
¿También nos "pararemos"?
¿En qué término?

¿Y si empezamos por el 75?
¿También nos "pararemos"?
¿En qué término?

Se estabilizan,

- bien en un único “número”,
- bien con un “ciclo de números”

Supongamos que el número que elegimos para empezar es un número "pequeño" (menor de 10 cifras y ninguna de ellas es el 0).

SOBRE EL ASPECTO DE LOS NÚMEROS EN LA SECUENCIA

¿Qué forma pueden tener los números que están en la Secuencia ordenada "look and say"?

¿Puede ser 112 un número de la secuencia?

¿Cómo debe de ser el número de cifras de cada término?

¿Puede ser 2457 un número de la secuencia?

¿Puede ser 113243 un número de la secuencia?

¿Y 1231?

¿Y 1154?

José M. Muñoz-Escolano

VOLVEMOS HACIA ATRÁS

¿Cuáles pueden ser los términos anteriores a 17 en la secuencia?

¿Cuáles pueden ser los términos anteriores a 1113?

¿Cuáles pueden ser los términos anteriores a 22?

¿Cuáles pueden ser los términos anteriores a 211213?

¿Cuáles pueden ser los términos anteriores a 21322314?

1

11

21

1211

111221

...

¿CÓMO SIGUE?

¿CUÁL ES EL TÉRMINO QUE ESTÁ EN LA POSICIÓN 10?

¿CUÁL ES TÉRMINO *N*-ÉSIMO?

José M. Muñoz-Escolano

1

11

21

1211

111221

...

¡¡ES MUCHO MÁS DIFÍCIL!!

José M. Muñoz-Escolano

1

11

21

1211

111221

...

CRECE CONTINUAMENTE. NO SE "ESTACIONA" Y NO TIENE "CICLOS" (SALVO PARA UN NÚMERO EN CONCRETO, ¿CUÁL?)

CONWAY EN 1986 PROBÓ QUE LA RAZÓN ENTRE EL NÚMERO DE CIFRAS DE UN TÉRMINO Y EL NÚMERO DE CIFRAS DEL TÉRMINO SIGUIENTE TENDÍA A

λ = 1.303577269034...

DONDE λ ERA UNA ÚNICA SOLUCIÓN POSITIVA DE LA ECUACIÓN:

$$x^{71} - x^{69} - 2x^{68} - x^{67} + 2x^{66} + 2x^{65} + x^{64} - x^{63} - x^{62} - x^{61} - x^{60} - x^{59} + 2x^{58} + 5x^{57} + 3x^{56} - 2x^{55} - 10x^{54} - 3x^{53} - 2x^{52} + 6x^{51} + 6x^{50} + x^{49} + 9x^{48} - 3x^{47} - 7x^{46} - 8x^{45} - 8x^{44} + 10x^{43} + 6x^{42} + 8x^{41} - 5x^{40} - 12x^{39} + 7x^{38} - 7x^{37} + 7x^{36} + x^{35} - 3x^{34} + 10x^{33} + x^{32} - 6x^{31} - 2x^{30} - 10x^{29} - 3x^{28} + 2x^{27} + 9x^{26} - 3x^{25} + 14x^{24} - 8x^{23} - 7x^{21} + 9x^{20} + 3x^{19} - 4x^{18} - 10x^{17} - 7x^{16} + 12x^{15} + 7x^{14} + 2x^{13} - 12x^{12} - 4x^{11} - 2x^{10} + 5x^{9} + x^{7} - 7x^{6} + 7x^{5} - 4x^{4} + 12x^{3} - 6x^{2} + 3x - 6 = 0$$

José M. Muñoz-Escolano

1
11
21
1211
111221
...

NO OBSTANTE, TIENE UNA BUENA PROPIEDAD.
LA "VUELTA ATRÁS" EN ESTA SUCESIÓN ES SENCILLA...
¿CUÁL ES EL ANTERIOR A 21322314 ?

La conjetura capicúa

Para obtener un número capicúa a partir de otro número se invierte el orden de sus cifras y se suman el número dado y el invertido.

Este proceso se continúa las veces que sean necesarias hasta obtener un capicúa.

Por ejemplo: Partiendo del 78.

78 + 87 = 165

165 + 561 = 726

726 + 627 = 1353

1353 + 3531 = 4884

CAPICÚA

La conjetura capicúa dice:

“ Aplicando el proceso anterior a un número cualquiera, se obtiene capicúa en un número finito de pasos”

No se sabe todavía si es cierta o no

(por eso se llama conjetura)

José M. Muñoz-Escolano

	Already a Palindrome		Four-Step Palindrome
	One-Step Palindrome		Six-Step Palindrome
	Two-Step Palindrome		Twenty-Four-Step Palindrome
	Three-Step Palindrome		

89

89 + 98 =

187 + 781 =

968

8813200023188

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

José M. Muñoz-Escolano

En los primeros **10.000** números, solo **251** números no generan un capicúa en menos de 23 pasos (Gardner, 1979).

José M. Muñoz-Escolano

Los números Lychrel

Se llamarían así a aquellos números que no cumplirían la conjetura capicúa

Un *buen candidato* a ser nº. Lychrel: **196**

Con ayuda de un ordenador, Wade VanLandingham (2008) después de realizar **724.756.966 pasos** con el 196 no obtuvo ningún capicúa.

El último número que alcanzó tenía

300 millones de cifras

Si se establecen los márgenes de 0,8 cm. en cada folio, entonces se necesitan más de **50.420 páginas** para imprimirlo.

Suponiendo una velocidad de impresión de 16 páginas por minuto, se necesitarían más de **52 horas y media** para imprimirlo.

José M. Muñoz-Escolano

¡¡¡Muchas gracias a todos!!!

También deseo agradecer al profesor José M. Gairín por introducirme en estas maravillosas sucesiones.