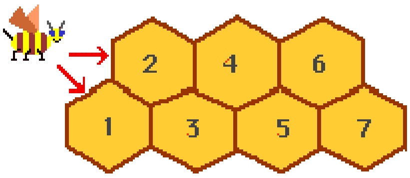
EJERCICIOS CON NÚMEROS DE FIBONACCI

1. **Números de Fibonacci y patrones con ladrillos**
Si queremos construir una pared de ladrillo con los ladrillos de tamaño usual, que miden el doble de ancho (dos unidades) que de alto (una unidad), y si nuestro muro tiene dos unidades de alto, podemos construir el muro de un determinado número de formas, según cómo de largo lo queramos:
Sólo hay una forma de hacer un muro de una unidad de largo: colocar un solo ladrillo, de pie.
Hay dos formas de hacer un muro de longitud 2: dos ladrillos de pie, uno al lado del otro, o dos ladrillos tumbados, uno sobre otro.
Hay tres formas de hacer un muro de longitud 3 (Se considera que no es lo mismo un muro con 2 ladrillos horizontales y uno vertical, que el muro con 1 vertical y 2 horizontales):
¿Cuántas formas hay de hacer un muro de longitud 4? ¿Y 5? ¿Podrías explicar porque aparecen esos números?

2. **Moviéndose como una abeja por su colmena**
En el dibujo hay una abeja, junto al extremo de algunas celdas de un panal.



Puede empezar sólo en la celda 1 o 2, y sólo puede moverse hacia la derecha, es decir, hacia una celda vecina que contenga un número mayor que la celda en la que se encuentra.
Sólo hay una forma de llegar a la celda 1, pero hay dos formas de llegar a la celda 2: directamente, o pasando por la celda 1.
Para la celda 3, puede ir 123, 13 o 23, es decir, hay tres caminos distintos.
¿Cuántas formas hay para ir desde el principio hasta la celda n? ¿Podrías explicar por qué?

3. **Sillas en fila: que los profesores no se sienten juntos**
Esta vez, tenemos n sillas en fila, y una habitación llena de gente. Si alguna vez has ido a una reunión donde hay profesores, sabrás que siempre hablan de su colegio, instituto, facultad o lo que sea (¡qué rollo!). Así que vamos a insistir en que dos profesores no se puedan sentar juntos en la fila de sillas, y vamos a contar de cuántas formas posibles se pueden sentar n personas, si algunos son profesores (P) y otros son personas normales, es decir, no-profesores (N).
1 silla: P o N, dos formas.
2 sillas: NN o PN o NP, 3 formas (PP no está permitido).
3 sillas: NNN, NNP, NPN, PNN o PNP, 5 formas. Esta vez, PPN, NPP y PPP no están permitidos.
¿Cuántas posibilidades hay si tenemos n sillas?

4. **Sillas en fila: la versión amistosa**
Esta variación del ejercicio es un poco más amable con los profesores.

Cada persona, profesor o no, no debe sentarse solo, sino que un profesor debe sentarse junto a otro profesor, para poder charlar de sus cosas, y un no-profesor debe sentarse junto a otro no-profesor, ¡para no morir de aburrimiento!
Así que podemos tener ...PPN... porque cada profesor está sentado junto a otro. El no-profesor de la derecha necesitará también otro no-profesor a su derecha, claro.
Añadimos también una condición extra: el primero en sentarse (el del extremo de la izquierda) debe ser siempre un profesor (algún privilegio teníamos que tener los profesores, ¿no?).
1 silla: —, 0 formas.
2 sillas: PP, 1 forma.
3 sillas: PPP, 1 forma.
4 sillas: PPPP o PPNN, 2 formas.
5 sillas: PPPPP, PPPNN o PPNNN, 3 formas.
Comprueba que siempre hay un número de Fibonacci de configuraciones válidas siguiendo las reglas.
¿Y si en lugar de empezar siempre con un profesor, empezásemos con un no-profesor?
¿Y si no ponemos ninguna condición sobre el primer asiento?

5. **Sillas en fila: la versión antisocial**
Aquí tenemos la versión antisocial del ejercicio de las sillas, que algunos llaman la versión británica. No porque los británicos tengan nada de malo, sino porque tienen fama de ser muy reservados a veces, de modo que prefieren que un extraño no se siente a su lado si pueden evitarlo. Así que esta vez consideramos filas de sillas de diferente longitud, pero no permitimos que nadie se siente junto a nadie. Puede no haber nadie en una fila, o sólo una persona, pero siempre que haya dos personas o más, cada uno debe estar separado de los demás por al menos una silla vacía.
Aquí tenemos una fila de una silla, vacía: —
y aquí una fila de una silla, ocupada: P
así que hay dos formas de llenar una fila de una silla.
Si tenemos una fila con 2 sillas, hay 3 formas de ocuparla: — —, — P, P —.
Para 3 sillas, tenemos 5 posibilidades: — — —, — — P, — P —, P — —, P — P.
¿Qué pasa para 4 sillas? ¿5? ¿n?

6. **Números de Fibonacci, para cambiar (moneda)**
Si sólo tenemos monedas de 1 y 2 euros, ¿de cuántas formas podemos pagar una cierta cantidad, de n euros? Vamos a tener en cuenta el orden en el que damos las monedas (no es lo mismo dar primero una de 2 euros y luego una de 1, 2 + 1, que dar primero una de 1 y luego una de 2, 1 + 2). Por ejemplo, para pagar
1 euro = 1, sólo hay 1 forma.
2 euros = 1 + 1 = 2, hay 2 formas.
3 euros = 1 + 1 + 1 = 1 + 2 = 2 + 1, 3 formas.
A estas alturas, ya sabrás de cuántas formas distintas se pueden pagar 4 euros, 5, y cuál es la solución general al problema.

7. Subiendo una escalera ¿De cuántas formas distintas se puede subir una escalera de n escalones, si desde cada posición pueden subirse uno o dos escalones?

8. Propagación de las noticias (Este ejercicio esta dentro de un articulo más amplio con el que participó Herminio Lopez Arroyo en la **Edición 4.1231056256** del **Carnaval de Matemáticas el 28 de Enero del 2014**)

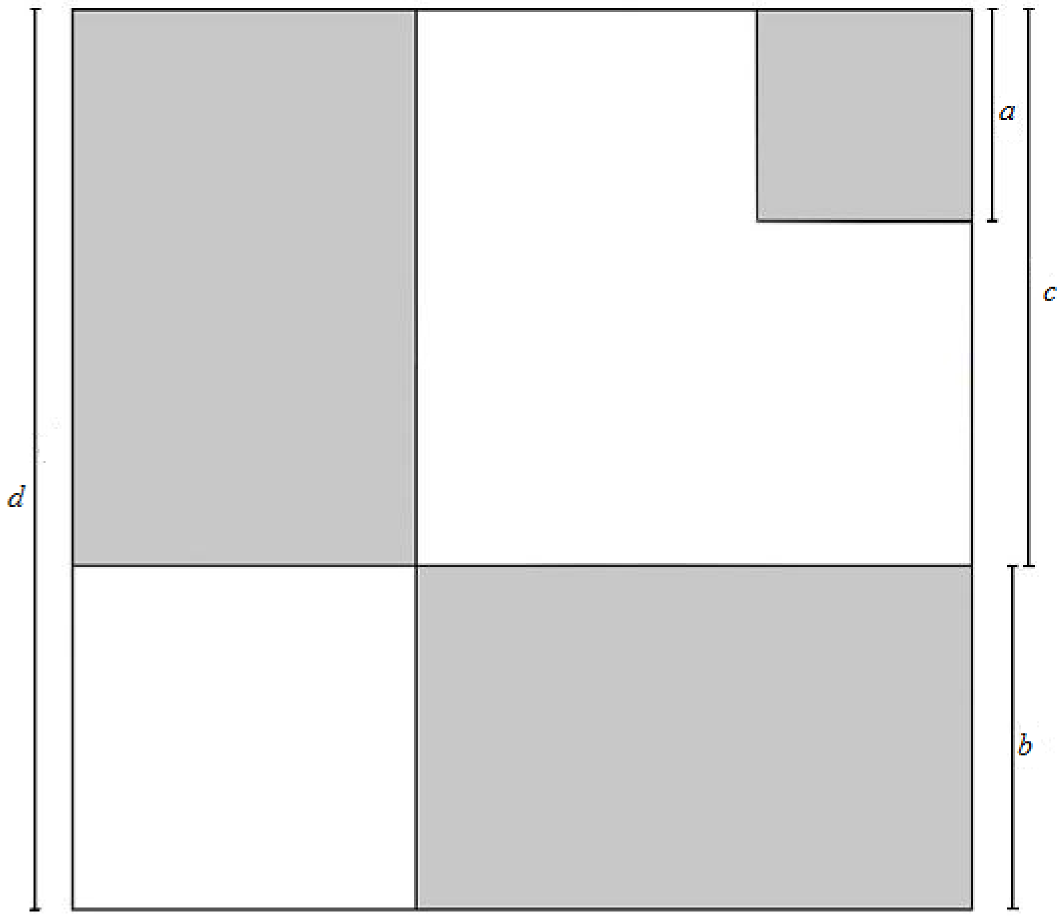
El consejo de administración del Olympiacos F.C. (ΠΑΕ Ολυμπιακός) ha decidido fichar un nuevo delantero centro, con el fin de reforzar el equipo para la próxima eliminatoria de la Liga de Campeones.
El propietario del equipo, Evangelos, llama a su amigo Sotiris, director del periódico Protathlitis, para darle la primicia:
- Sotiris, vamos a fichar a un nuevo jugador. Se trata de un fenomenal delantero italiano que milita en la serie B italiana. Apenas si le conoce nadie, pero es muy bueno, y además nos sale muy barato. Su nombre es Leonardo, 'Leo' para los amigos.
- ¿Puedo adelantarme a dar la noticia?
- No, por favor. Dentro de 30 minutos daremos una rueda de prensa para anunciar el nuevo fichaje, y no quiero que mucha gente lo sepa por anticipado.
- Entonces, ¿no se lo puedo decir a nadie? Déjame que se lo comunique a mis mejores amigos por SMS. Te prometo que no lo difundiré de forma masiva.
- Vale. Te permito que lo difundas, pero con la siguiente condición: no podrás realizar envíos masivos. Sólo podrás enviar mensajes de uno en uno. Y esta misma regla se la harás llegar a las personas a las que les envíes el mensaje, y deberán cumplirla igual que tú.
- De acuerdo, Evangelos, así lo haré. Pero no me has dicho el apellido del jugador...
- El apellido lo averiguarás si analizas las reglas que te he dado para difundir el mensaje.
Tras colgar el teléfono, Sotiris, director del diario Protathlitis, envía el primer mensaje, a su redactor jefe, para que esté preparado para lanzar la noticia en cuanto se produzca la rueda de prensa, en estos términos:

'Un jugador llamado Leonardo será el nuevo delantero centro del Olympiacos FC. El apellido no sé cuál es, pero al parecer tiene que ver con la forma de envío de este mensaje. Puedes reenviar este SMS a tus contactos, pero sólo de uno en uno, por favor.'
Tras enviar el mensaje al redactor jefe, el director envía un nuevo SMS, esta vez a un amigo suyo, aficionado del Olympiacos. Y continúa de igual forma durante los 30 minutos anteriores a la rueda de prensa.

De la misma forma, el redactor jefe, una vez leído el mensaje, lo reenvía al jefe de maquetación, para que vaya preparando los titulares. Y en los siguientes minutos, se dedica a reenviar el mensaje, siempre de forma individual.
Y así sigue ocurriendo con el resto de receptores del mensaje.
Sabemos que el envío de mensajes SMS es instantáneo, que todo el mundo tarda aproximadamente 1 minuto en leer el mensaje, y 1 minuto más en decidir a quién se lo va reenviar. Y además, sabemos que ninguna de las personas a las que les ha llegado el mensaje lo han recibido de dos emisores distintos.

Con estos datos, y pasados los 30 minutos, ¿cuánta gente conocerá la noticia antes del inicio de la rueda de prensa? Y, lo más importante, ¿te imaginas cuál es el apellido del futbolista italiano?

9. Dada la siguiente figura



y siendo a, b, c, d cuatro números que aparecen en la sucesión de Fibonacci de manera consecutiva, determina qué superficie es mayor, la blanca o la gris. (Suponiendo que la superficie gris que tiene por lado a, es un cuadrado, y que unida a la superficie blanca adyacente forma otro cuadrado de lado c, y que el título se refiere a que toda la figura es un cuadrado de lado d)