RALLYE MATHÉMATIQUE SANS FRONTIÈRES

SOLUCIONES

PRUEBA

2003

1- Con la música a otra parte

Como hay más chicas que chicos, de los 16 jóvenes que componen la orquesta, al menos 9 son chicas. Como al faltar un chico y una chica el número de chicos y chicas restantes pueden considerarse números de una terna pitagórica y por tanto números mayores que cero, el número de chicos inicial es mayor o igual a 2. Podemos analizar las posibilidades en la siguiente tabla:

Nº chicas inicial A	Nº chicos inicial O	A-1	O-1	$\sqrt{(A-1)^2+(O-1)^2}$
9	7	8	6	10
10	6	9	5	$\sqrt{106}$
11	5	10	4	$\sqrt{116}$
12	4	11	3	$\sqrt{130}$
13	3	12	2	$\sqrt{148}$
14	2	13	1	$\sqrt{170}$

El único resultado entero es 10 siendo la terna pitagórica 8, 6 y 10. Por tanto, inicialmente **había 9 chicas y 7 chicos.**

2 – ¡¡Sorprendente!!

Llamamos *xy* al producto inicial. Si el primer número *x* aumenta en un 10%, esto equivale a multiplicarlo por 1,1. El segundo *y* disminuye un 10% lo que equivale a multiplicarlo por 0,9. Por tanto, el producto final queda:

1,1·x·0,9·y = 0,99 xy

Multiplicar por 0,99 supone una **disminución del 1% El producto final es el 99% del producto inicial.**

3 – ¡¡No te pongas nervioso!!

Cada vez que se divide en 8 trozos se coge uno para continuar cortándolo por lo que quedan 7 trozos fijos. Sólo al final, cuando no sigamos cortando tendremos 8 trozos. 7+7+7+7…….+8=2003

Así, si suponemos que se han realizado n pasos:

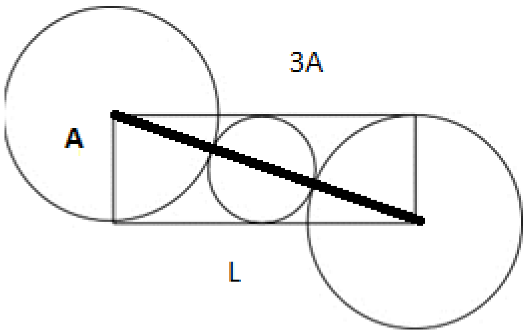
(n-1) ·7 + 8 = 2003

7n-7+8=2003

7n = 2002

n= **286 pasos**

4 – Rectángulos y Círculos



a) Observamos que el segmento que une los tres centros de la circunferencia mide 3A. Si llamamos L al lado horizontal del rectángulo, podemos aplicar el teorema de Pitágoras al triángulo de catetos A y L y de hipotenusa 3A:

$A^2 + L^2 = (3A)^2$ de donde $L^2 = 8\,A^2$ Así obtenemos que $L = \sqrt{8}\ A$

La proporción L/A será:

$$\frac{L}{A} = \frac{\sqrt{8}\,A}{A} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\ \approx 2{,}828$$

b) En este segundo caso L aumenta un radio A con respecto al apartado anterior:

Por tanto $L = \sqrt{8}\,A + A = \left(\sqrt{8}+1\right)A$

La proporción será:

$$\frac{L}{A} = \frac{\left(\sqrt{8}+1\right)A}{A} = \sqrt{8}+1 = \ \left(2\sqrt{2}+1\right) \approx 3{,}828$$

5 –Tres casillas a tener en cuenta

Si lo resolvemos por progresiones aritméticas:

a_1=5	$a_{2=}$ 5+d	a_3=5+2d	a_4= 26= 5+3d	a_1= 5+4d

Tenemos que 26= 5+3d de donde d=7

Por tanto los números son:

5	12	19	26	33

<u>Si lo resolvemos por ecuaciones:</u>

Llamamos x al tercer número. Por tanto entre 5 y x el número será $\frac{5+x}{2}$

Llamamos al último número y . Como 26 es la media de x e y:

$$\frac{x+y}{2}=26$$

De donde y= 52-x

5	$\frac{5+x}{2}$	x	26	52-x

Se cumple que x es la media de los dos números entre los que se encuentra:

$$\frac{\frac{5+x}{2}+26}{2}=x$$

$$\frac{5+x}{2}+26=2x$$

De donde x=19

Sustituyendo queda:

5	12	19	26	33

6 – El adoquín que quiere ser cubo

Llamamos a, b y c a las dimensiones del prisma. Si c es la dimensión que no varía, ésta será la arista del cubo. Las otras dimensiones varían de manera que:

a-5=b+3=c arista. Por tanto las dimensiones del prisma en función de la arista del cubo es: c+5, c-3 y c.

se cumple que tienen el mismo volumen:

V= (c+5)(c-3)c = c^3

Operando : c(2c-15)=0

C es longitud no nula por lo que **c = 7,5 cm**

Especial Tercero de ESO

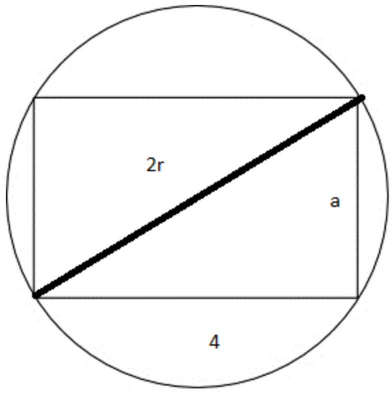
7 – Viaje a la Isla Mauricio

$$1ZAR = \frac{1\ EUR}{9{,}2117} = \frac{1{,}067\ USD}{9{,}2117} = \frac{1{,}067\ \cdot 28{,}2\ MUR}{9{,}2117} = 3{,}266432906\ MUR$$

Así 500 ZAR = 500·$3{,}266432906 = 1633{,}2165\ MUR$

Puede comprar 1633 rupias

8 – El rectángulo de oro



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$a^2 + 4^2 = (2r)^2$$

Por otro lado, el lado pequeño del rectángulo, a, cumple:

$$\frac{4}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Hallamos primero a:

$$a = 2(\sqrt{5} - 1)$$

$$4\left(\sqrt{5} - 1\right)^2 + 16 = 4\,r^2$$

$$\left(\sqrt{5} - 1\right)^2 + 4 = r^2$$

$$6 - 2\sqrt{5} + 4 = r^2$$

El área del círculo es:

$$S = \ \pi\, r^2 = \pi\left(10 - 2\sqrt{5}\right) = \boldsymbol{2\pi\left(5 - \sqrt{5}\right) \approx 17,37\ cm^2}$$

Especial Cuarto de ESO

7 – Los tres terrenos

Aplicamos las fórmulas del área del

Círculo: $\pi r^2 = 1000$ de donde $r = 10\sqrt{\frac{10}{\pi}} \approx 17{,}84\ m$

Cuadrado; l^2=1000 de donde $l = 10\sqrt{10} \approx 31{,}62\ m$

Triángulo equilátero: $\frac{l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} l}{2} = \frac{\sqrt{3}l^2}{4} = 1000$ de donde $l = \sqrt{\frac{4000}{\sqrt{3}}} = 20\sqrt{\frac{10\sqrt{3}}{3}} \approx 48{,}07\ m$

.

Las longitudes son:

Circunferencia: $2\pi r = 2\pi \cdot 10\sqrt{\frac{10}{\pi}} = 20\sqrt{10 \cdot \pi} \cdot \approx 112{,}10\ m$

Cuadrado: $4r = 40\sqrt{10} \approx 126{,}49\ m$

Triángulo: $3l = \mathbf{60}\sqrt{\frac{\mathbf{10\sqrt{3}}}{\mathbf{3}}} \approx \mathbf{144{,}17\ m}$

La mayor área es la **del triángulo equilátero así como el mayor perímetro**.

8 – Cuadrados de nueve casillas

2N-2G=14

4N-1G=43

¿Cuánto vale 3N-2G?

Resolvemos el sistema anterior :

$$\begin{array}{rl} & 4N - 1\,G = 43 \\ 2)\ - & \underline{2N - 2\,G = 14} \\ & \quad 3\,G = 15 \end{array}$$

G=5 N= 12

El cuadrado 3 vale $3 \cdot 12 - 2 \cdot 5 = \mathbf{26}$ **puntos**