ENUNCIADOS

1. El número 2^{29} tiene 9 dígitos distintos. Sin usar calculadora, hallar el dígito omitido.

2. Un poliedro convexo tiene por caras 12 cuadrados, 8 hexágonos regulares y 6 octógonos regulares. En cada vértice del poliedro concurren exactamente un cuadrado, un hexágono y un octógono. ¿Cuántos segmentos que unen pares de vértices del poliedro son interiores al mismo, es decir, no son aristas ni están contenidos en una cara?

   (Fase Local 2007)

3. Probar que para cualquier primo p distinto de 2 y 5 existe un múltiplo de p cuyas cifras son todo nueves (Por ejemplo, si p=13, 999999=13·76923)

   (OME 2003)

4. Se consideran 17 enteros positivos tales que ninguno de ellos tiene un factor primo mayor que 7. Demuestra que, al menos el producto de dos de estos números es un cuadrado perfecto. (Fase Local 2008)

5. (Fase Local, OME 2011) Calcula todos los números enteros a, b y c tales que $a^2 = 2b^2 + 3c^2$.

6. Probar que 1982 divide a 222.....22 (1980 doses)

7. Demostrar que $5555^{2222} + 2222^{5555}$ es múltiplo de 7.

8. En un polígono regular de 67 lados trazamos todos los segmentos que unen dos vértices, incluidos los lados del polígono. Elegimos n de estos segmentos y asignamos a cada uno de ellos un color entre 10 posibles. Halla el

valor mínimo de n que garantiza que independientemente de cuales sean los n segmentos elegidos y de como de haga la asignación de colores, siempre habrá un vértice del polígono que pertenece a 7 segmentos del mismo color. (OME 2011)

9. Encontrar todos los números enteros postivos n tales que $3^n + 5^n$ es múltiplo de $3^{n-1} + 5^{n-1}$:

(Fase Local 2005)