ENUNCIADOS

1. El número 2^{29} tiene 9 dígitos distintos. Sin usar calculadora, hallar el dígito omitido.

2. (Preparación para las Olimpiadas, Universidad de Puerto Rico)

   a) Demostrar que la suma de los dígitos, en notación decimal, de un cuadrado, no puede ser igual a 1991 (o a 2012).

   b) Hallar todos los primos de la forma $n^3 - 1$, donde n es un entero positivo.

3. Probar que para cualquier primo p distinto de 2 y 5 existe un múltiplo de p cuyas cifras son todo nueves (Por ejemplo, si p=13, 999999=13·76923)

   (OME 2003)

4. Sea p un primo de la forma $3k + 2$ que divide a $a^2 + ab + b^2$ para ciertos enteros a y b. Probar que a y b son divisibles por p.

5. (Fase Local, OME 2011) Calcula todos los números enteros a, b y c tales que $a^2 = 2b^2 + 3c^2$.

6. Probar que 1982|222.....22 (1980 doses)

7. Demostrar que $5555^{2222} + 2222^{5555}$ es múltiplo de 7.:

8. (British Mathematical Olympiad, Round 1, 2008 - 2009) Encontrar todos los enteros positivos n tales que $n + 2008$ divide a $n^2 + 2008$ y $n + 2009$ divide a $n^2 + 2009$.

Find all positive integers n such that both $n + 2008$ divides $n^2 + 2008$ and $n + 2009$ divides $n^2 + 2009$.

9. Encontrar todos los números enteros postivos n tales que 3^n+5^n es múltiplo de $3^{n-1}+5^{n-1}$:

   (Fase Local 2005)