

Resolución de problemas con Excel

<http://catedu.es/calendas/ttm12/resproexc.pdf>

Taller de Talento Matemático. Mayo, 2012

Miguel Barreras Alconchel

Profesor de Matemáticas

IES Matarraña

(Valderrobres, Teruel)

Todos los libros de texto de matemáticas están llenos de problemas. Bueno, no. De problemas, no. De ejercicios. Y también algunos problemas. La mayoría de estos problemas son del tipo “nunca te encontrarás con esta situación en tu vida” (ni aunque seas matemático). Están preparados. Todos están preparados, de tal forma que, si en algún caso remoto, no hay solución, o hay varias, o hay solución dependiendo de algo que no está escrito en el enunciado, o cuando la solución es un número “raro” (no entero, racional con muchas cifras, etc.) ... la chica, el chico que cree haber resuelto el problema se mosquea. No son problemas “verdaderos”. En la mayoría de los problemas “verdaderos”, la solución suele ser un número “raro” ¿Por qué no se proponen en los libros de texto, en la clase de matemáticas, en general, problemas “verdaderos”?

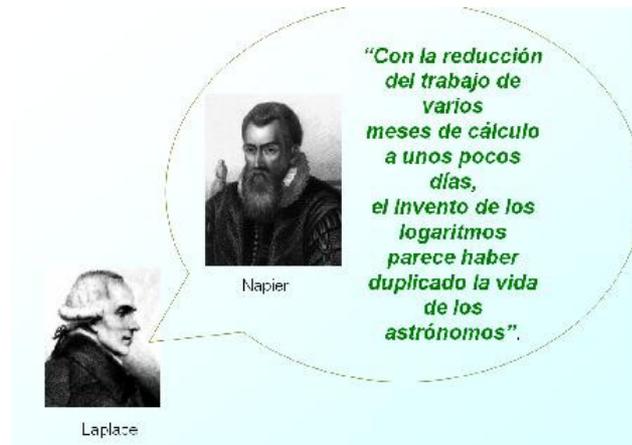
Fácil. Porque, en muchos casos, no sabemos resolverlos. Nos faltan matemáticas para ello. O los cálculos se complican demasiado. Así que, habitualmente, nos dedicamos a resolver problemas (relativamente sencillos) por pura gimnasia mental (lo cual, por otra parte, está muy bien), pero que no nos sirven para nada (salvo, en algunos casos, para pensar mejor, lo que, no está nada mal, por cierto). Lo curioso es que muchos problemas “verdaderos” sí sabemos plantearlos, pero nos falta la maquinaria adecuada para hacernos con la solución. Bien, pero... hoy, siglo XXI, la maquinaria existe, está a nuestro alcance y es gratis. Es la Hoja de cálculo (HC). No creas que la HC te va a resolver tus problemas “verdaderos” de mates por la cara. Tú tendrás que entender el problema y traducírselo a ella (traducir lo real a lenguaje matemático -modelizar el problema- es “hacer matemáticas de alto nivel”). Y con los resultados que la HC te devuelva, tú verás. Deberás interpretarlos (interpretar los resultados matemáticos obtenidos es, también, “hacer matemáticas de alto nivel”)

Vamos a enfrentarnos a algunos problemas “verdaderos”. Algunos pueden resolverse sabiendo pocas matemáticas, con lápiz y papel. Pero el cálculo resulta engorroso. A veces, el bosque (la complejidad en los cálculos) no nos deja ver los árboles (los resultados que buscamos). Para otros, hace falta

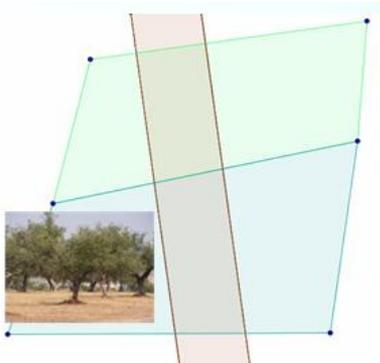
dominar matemáticas de cierto nivel. Por fin, para resolver algunos, se necesitan muchas matemáticas.

Pero, con la ayuda de la HC, si sabemos plantearlos, sabremos resolverlos.

¿Qué te parece la idea?
Plantea el problema. El problema está resuelto.



Medir un campo



<http://catedu.es/calendas/ttm12/medidacampo.xls>

Enunciado: En breve empezarán las obras. Una carretera seccionará el campo de Pedro. Muchos olivos agonizarán, arrancados, en la cuneta. Otros cerezos quizá mueran de pena, por verse separados de los otros árboles con los que nacieron. Progreso. Pedro tenía un campo; ahora va a tener dos, pero más pequeños. Lo mismo le pasa a su vecino de enfrente, Tobeñas. Deciden hacer un cambio buscando la reunión de sus predios. Hay que medir cuatro corros, dos a cada lado de la carretera. Son, naturalmente, sendos cuadriláteros irregulares. Irregulares, claro. ¿Cómo medir un campo que es un cuadrilátero irregular? ¿Cómo medir el área de un cuadrilátero?

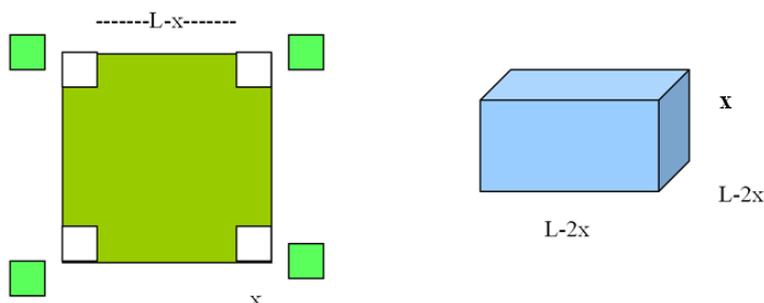
En esta HC se proponen cuatro tipos distintos de medición: con la fórmula tradicional, *baseporalturapartidopordos*, imposible de aplicar (¿por qué?) en este caso real; con la fórmula de Herón; con su generalización (fórmula de Bramagupta); con el método que utilizaban en Mesopotamia (intentando “rectangularizar” el cuadrilátero). ¿Se te ocurre alguna otra manera? ¿Son todas correctas? ¿Podemos medir el error que se comete aplicando cada una de ellas?

Hay otros problemas, cuyo planteamiento requiere solo conocimientos básicos de matemáticas, pero su resolución exige matemáticas de nivel o, incluso, matemáticas de muy alto nivel. Esto no significa que no se puedan abordar, plantear, resolver, analizar e intentar generalizar con la herramienta de una HC.

La chapa

<http://catedu.es/calendas/ttm12/chapa.xls>

Enunciado: Partiendo de una chapa cuadrada de lado dado, se cortan en los vértices cuatro cuadraditos iguales para, doblando las solapas resultantes, conseguir una caja sin tapa. Calcular el lado del cuadrado que debe cortarse para conseguir una caja a) de volumen dado; b) de volumen máximo.



Este problema admite varias aproximaciones:

- Construir la gráfica (que no es sencilla sin la herramienta del Cálculo Diferencial), pero sí con Excel.
- Hallar el corte adecuado para obtener el volumen fijado pasa por resolver una ecuación de 3^{er} grado “no preparada”. Esto implica una tarea “imposible”¹ para un problema “posible”, real e interesante. La herramienta de Excel *Buscar objetivo* resuelve el problema. Este y otros más.
- El cálculo del corte en la chapa para obtener el volumen máximo, sin embargo, aparentemente más complicado que el anterior, puede abordarse con conocimientos básicos de Cálculo Diferencial. De todas formas, hay una herramienta en Excel, *Solver*, que resuelve el problema

¹ ¿Puedes resolver cualquier ecuación de tercer grado? Ten en cuenta que todas tienen, al menos, una solución, y, como mucho, tres. ¿Por qué?

si se plantea bien. Y no solo eso. Cambiando las condiciones iniciales (el lado del cuadrado) nos permite generalizar y resolver qué fracción de lado hemos de cortar en cualquier caso. Incluso, partiendo no de un cuadrado, sino de un rectángulo.

No te puedes imaginar la cantidad de problemas que estas dos herramientas, *Buscar objetivo* y *Solver*, son capaces de resolver.

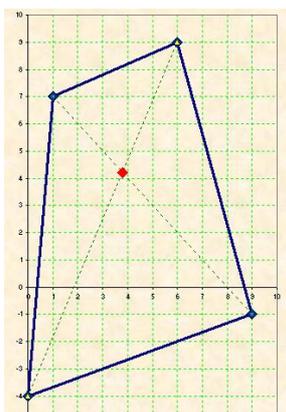
Vamos más allá.

Para los todavía fieles sin reservas al lápiz y papel, se propone ahora el siguiente problema, real, verdadero, interesante.

La distribuidora

<http://catedu.es/calendas/ttm12/distribuidora.xls>

Enunciado: Se tienen cuatro naves y se desea ubicar una distribuidora de tal manera que la suma de distancias de esta a las naves sea la mínima posible.



El planteamiento del problema requiere solo matemáticas elementales (el teorema de Pitágoras para medir la distancia entre dos puntos en el plano) pero... imposible de abordar con lápiz y papel. Recurrimos a una hoja de cálculo Excel, que transforma el problema en

accesible y susceptible de interesantes investigaciones. ¿Tiene algo que ver con las diagonales del cuadrilátero? ¿Es el centro de masas de los cuatro puntos? ¿Es algún punto interesante? ¿Y con tres naves? ¿Es el baricentro del triángulo? ¿Y con cinco naves? Etc.

La herramienta *Solver* allana cantidad de problemas “de verdad”, problemas que se evitan en las aulas, todavía hoy, incluso en niveles universitarios. Simplifica la resolución de problemas, pero no evita las Matemáticas, porque el resultado, y el posterior análisis, requieren “arquitectura matemática”, que la máquina no puede hacer por ti.

Volvamos a un problema que sí puede abordarse con lápiz y papel: Con Cálculo Diferencial. Hay otra opción: plantearlo para *Solver*.

La lata de Coca-Cola

<http://catedu.es/calendas/ttm12/cocacola.xls>



Enunciado: Calcular las dimensiones de una lata cilíndrica de un volumen dado (pongamos 1/3 de litro) para que el coste de la chapa utilizada sea mínimo.

Plantea bien el problema (modelízalo) y *Solver* te llevará a la solución, salvando el bosque de las cuentas. Más. Tal vez te des cuenta de que el resultado no encaja con la realidad. Tu lata óptima no es la lata normal. ¿Por qué? Piensa que, en la realidad, la chapa lateral es más fina que la del fondo y tapa. Altera ligeramente las condiciones en tu HC (por ejemplo, el fondo y tapa utilizan el doble de chapa que el lateral). ¿Se adapta ahora la solución a la realidad?

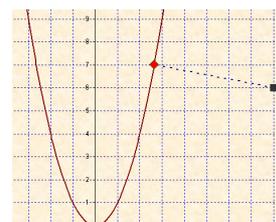
Saquemos más partido a esta herramienta tan potente. Vámonos a matemáticas de “alto nivel” (no por inaccesibles). Es fácil calcular la mínima distancia de un punto a una circunferencia. Pero, ¿a una parábola? ¿Cómo calcular la mínima distancia de un punto a una curva cualquiera?

En esta HC se resuelve el problema:

<http://catedu.es/calendas/ttm12/cocacola.xls>

Enunciado: Calcular la mínima distancia de un punto a una curva.

Solo hace falta un poco de calma para imaginar que la resolución de cualquier sistema de ecuaciones admite tratamiento exitoso con *Solver*.



Pero, no nos vayamos de lo cercano.

Un problema rural (propuesto en la Selectividad de Aragón). Los alumnos suelen acabar que las Matemáticas predominan las ecuaciones, esto es, las igualdades. Sin embargo, en muchos problemas “verdaderos” aparecen restricciones en forma de desigualdades. Los matemáticos clasifican este tipo de problema en la clase Programación Lineal. En estos casos, acudiendo a la herramienta *Solver*, plantear el problema es sinónimo de resolverlo.

Beneficios en el campo

<http://catedu.es/calendas/ttm12/PL3.xls>

Enunciado: Un agricultor dispone de 9 hectáreas para sembrar dos productos A y B. Para el producto A desea destinar como mucho 8 hectáreas. Por cada hectárea sembrada con A y B se obtiene respectivamente un beneficio de 150 y 100 euros.

a) Si se quiere que la superficie correspondiente a B no sea mayor que la mitad que ocupará A, planteé y resuelva un problema de programación lineal que permita averiguar el número de hectáreas que se han de dedicar a cada producto para maximizar el beneficio total.

b) ¿Cuál es la solución si el beneficio por hectárea es de 125 euros independientemente de que esté sembrada con A o con B y no se tiene en cuenta la restricción del apartado a)?

Escribe cualquier par de números (de tanteo ciego) en las celdas correspondientes a los productos A y B.

Escribe la función beneficio.

Reserva 6 celdas para las condiciones

PRODUCTO A	PRODUCTO B
2	7

FUNCIÓN PARA MAXIMIZAR
950,00 €

CONDICIONES		
C1		
7	<=	1
C2		
9	<=	9
C3		
2	<=	8



Selecciona la celda para maximizar. *Solver*. Completa como en el gráfico, y el problema está resuelto.

Lo bueno del asunto es lo siguiente: Este esquema te sirve para resolver cualquier problema

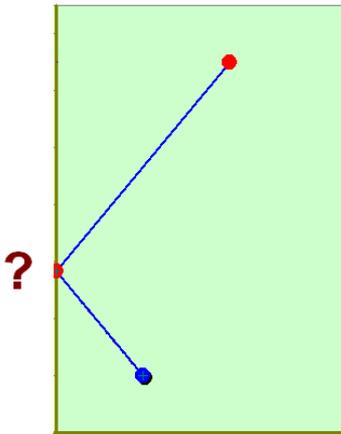
de Programación lineal plantado en los libros de texto de Bachillerato de Ciencias Sociales. Basta con modificar la HC discretamente.

Y también hay problemas que aparentemente distintos, son los mismos o similares -isomorfos, los llaman los matemáticos-.

De billares y camellos

http://catedu.es/calendas/ttm12/billar_geo.xls

Enunciado: Una mesa de billar. Una bola roja, otra azul. Un problema sencillo: la roja rebota en la azul con un toque a una banda. ¿Cuál es el punto de “rebote”?

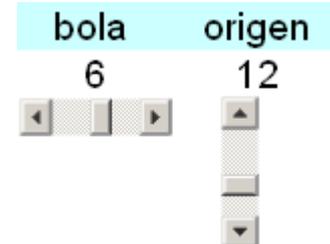


Tómate un tiempo y piensa cómo resolver el asunto.

Las matemáticas “cartesianas”, “algebristas”, tal vez te hayan despistado en la resolución del problema. Si acudes a la simetría, el problema está “chupao”. Abre la pestaña inferior donde pone solución y mueve los deslizadores.

Con el Visual Basic anexionado a Excel, se puede

programar. Esto permite infinidad de posibilidades ya no solo de cálculo, sino gráficas. El caso más sencillo es el deslizador, una especie de Scroll, que, al cambiar automáticamente parámetros iniciales, dota a la HC de movimiento y permite llegar a diferentes generalizaciones. Por cierto con utilices Visual Basic, debes bajar el nivel de seguridad a Bajo. Cerrar y abrir de nuevo.



Conservemos el tapete de la mesa de billar, pero cambiemos de escenario escenario.

http://catedu.es/calendas/ttm12/billar_opt.xls

<http://catedu.es/calendas/ttm12/camello.xls>

Enunciado: Un tuareg regresa a su haima. Debe pasar por un canal de agua para que beba su camello. ¿Cuál es el camino óptimo para el regreso?

No es difícil imaginar problemas similares más cercanos a nuestro mundo occidental. ¿Y si, el camello, ahíto de agua, anda más despacio (a la mitad de

velocidad, por ejemplo, cuando ha cargado su estómago de agua)? ¿Cuál debe ser ahora el “punto de toma”?

Qué curioso. Quién diría que un billar y un tuareg en el desierto tienen algo que ver. En principio, no; matemáticamente, sí.

Este problema es muy interesante. Relaciona la Física (el ángulo de incidencia debe ser igual al reflejado); la Geometría (los triángulos construidos por simetría deben ser equivalentes); el Cálculo Diferencial (hay que minimizar la suma de distancias, la de impacto y la de rebote); la logística (hay que minimizar recorridos para maximizar beneficios).

Estamos acostumbrados a observar situaciones que admiten una interpretación gráfica sencilla. Son funciones lineales, cuadráticas (pocas veces), o exponenciales (bastantes veces). Con pocos recursos matemáticos, llegamos a modelizar la situación y, por tanto, nos vemos capaces de realizar análisis e, incluso, aventurar previsiones o pronósticos.

Pero a veces las curvas que nos deben iluminar se presentan demasiado complejas y es difícil llegar a ellas. Si se deja caer una piedra desde el tejado y se mide el espacio que recorre en función del tiempo saldrá una cuádrica (Galileo *dixit*). Pero, ¿cómo evoluciona la gripe en los ancianos en un invierno en Zaragoza? ¿Cómo la población de roedores en un aeropuerto sin aviones? ¿Cómo esa misma población de roedores si en el aeropuerto hay hurones? ¿Cómo decrece la masa forestal en España en el siglo XIX?

La curva que relaciona estos fenómenos dispersos es la logística. Una curva que se evita en bachillerato (incluso en la universidad) porque conlleva un cálculo complicado. Pero, con un poco de Excel... ¡cálculos a mí!

Ajuste de curvas

<http://catedu.es/calendas/ttm12/ajuste.xls>

Enunciado: Encontrar la ecuación de una curva cualquiera, sabiendo que pasa por algunos puntos.

El procedimiento es sencillo. Pongamos que se quiere ajustar una curva del tipo

$$y(t) = \frac{a}{1 + e^{b+ct}} + d$$

				PARÁMETROS	
A	0	0,4912	a	0,4	
B	2	0,4074	b	-3,8	
C	4	0,1791	c	1,3	
D	6	0,1072	d	0,1	

sabiendo que pasa por 4 puntos.

Escribimos un tanteo cualquiera para los parámetros. Escribimos las condiciones (si pasa por el punto A(x_0, y_0) deberá ser $y(x_0) - y_0 = 0$).

inicial $= (a / (1 + \text{EXP}(b + c * F8)) + d - G8)$

C1 $= (a / (1 + \text{EXP}(b + c * F9)) + d - G9)$

C2 $= (a / (1 + \text{EXP}(b + c * F10)) + d - G10)$

C3 $= (a / (1 + \text{EXP}(b + c * F11)) + d - G11)$

y aplicamos Solver.

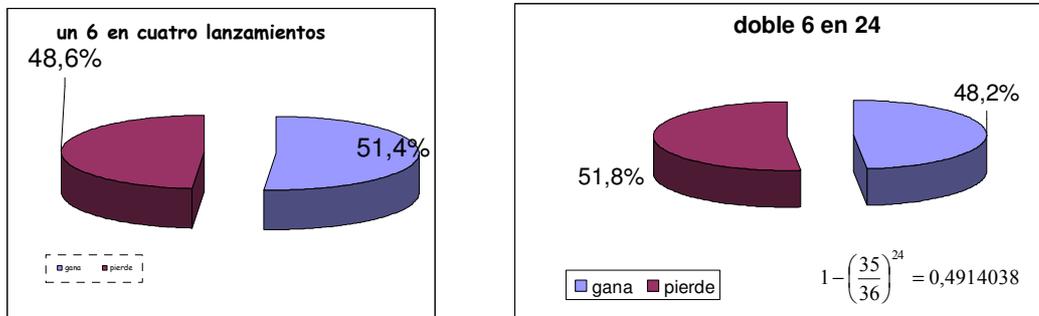


Una de las excelencias de la HC es la simulación (y posterior análisis) de problemas de probabilidad y estadística. Muchos de ellos solo requieren conocimientos básicos de Excel. En el ejemplo que sigue, simplemente utilizar adecuadamente la función que genera números aleatorios [ALEATORIO()]

Problemas del caballero de Meré

<http://catedu.es/calendas/ttm12/mere.xls>

Enunciado: ¿Qué resulta más rentable: sacar un 6 tirando un dado 4 veces, o sacar doble 6, tirando dos dados 24 veces?



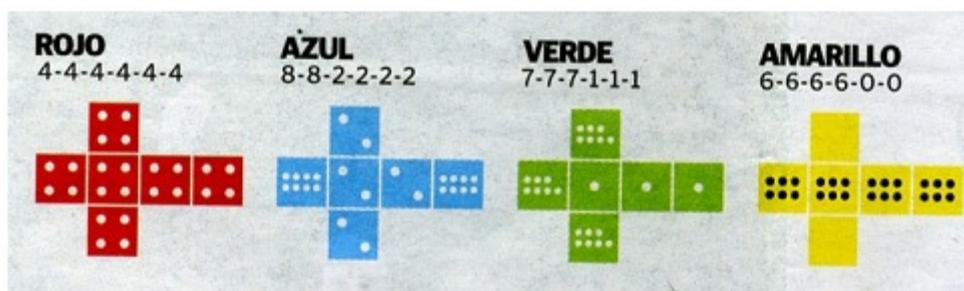
Aunque el análisis de este juego no es difícil hacerlo con lápiz y papel, la simulación a gran escala reafirma la teoría y la matiza (no siempre gana el que apuesta a sacar un 6 en 4 tiradas).

Ya se ha escrito más arriba que la incorporación de Visual Basic a la HC Excel ampliaba extraordinariamente sus posibilidades. Además de generar movimiento, los objetos (como, en el ejemplo que sigue, los botones), combinados con el uso adecuado del código de programación, convierten a la HC en auténticos programas.

El tran tran

<http://catedu.es/calendas/ttm12/trantran.xls>

Enunciado: Se dispone de 4 dados como los de la figura. El feriante espera que alguien quiera jugar. Aparece un jugador, que elige el dado que quiera. Luego, el feriante elige otro. Los lanzan. Gana el que saca mayor puntuación. Analiza el juego.



➤ **Para saber más**

Se han visto algunas de las múltiples posibilidades que la HC Excel ofrece para resolver problemas, analizar situaciones, generalizar resultados, etc.

Paro poco se ha escrito acerca de su elaboración.

Para saber más, te puedes bajar desde mi página

<http://catedu.es/calendas>

un tutorial básico para empezar

<http://catedu.es/calendas/0tutoriales.htm>

unas HC sencillas para practicar

http://catedu.es/calendas/mates_basicas_excel/mat_excel_basico.htm

y tres libros de Excel (texto, donde se explica la elaboración, paso a paso de las HC, y un montón de hojas de cálculo)

<http://catedu.es/calendas/00excelzar.htm>

<p>Texto de Matemáticas con Excel 2003 CD de Matemáticas con Excel 2003</p>	<p>Texto de Matemáticas con Excel 2007 CD (ejemplos) de Matemáticas con Excel 2007 CD (ejercicios) de Matemáticas con Excel 2007</p>	<p>Texto de Matemáticas con Excel Proyecto Sur CD de Matemáticas con Excel Proyecto Sur</p>
		