

# Preparación para la XLVII Olimpiada Matemática Española (II) Problemas

Eva Elduque Laburta y Adrián Rodrigo Escudero

5 de noviembre de 2010

**Problema 1.** Construir un triángulo conocidos

1. un lado, su ángulo opuesto y, la altura a ese lado  $(a, \hat{A}, h_a)$ .
2. los ángulos de dos vértices, y la altura desde uno de ellos  $(\hat{B}, \hat{C}, h_c)$ .
3. el ángulo de un vértice, la altura desde otro vértice, y la mediana desde el vértice restante  $(\hat{C}, h_b, m_a)$ .

**Problema 2** (OME 2000, fase local). Considérese la sucesión definida como  $a_1 = 3$ , y  $a_{n+1} = a_n + a_n^2$ . Determinense las dos últimas cifras de  $a_{2000}$ .

**Problema 3** (Olimpiada Matemática Argentina 2004, fase nacional). De una bolsa con 7 kilogramos de arroz se debe separar exactamente 1 kilogramo de arroz. Para ello se dispone de una balanza de dos platos y una pesa de 600 gramos. Dar una manera de hacerlo realizando tres pesadas.

Aclaración: La balanza de dos platos sólo permite afirmar que cuando se equilibra los objetos colocados en ambos platos pesan lo mismo.

**Problema 4.** Construir un triángulo rectángulo del que se conoce su perímetro y uno de sus catetos  $(\hat{A} = 90^\circ, a + b + c, c)$ .

**Problema 5.** Construir un triángulo del que se conocen sus alturas  $(h_a, h_b, h_c)$ .

**Problema 6.** Sea  $ABCD$  un trapecio con bases  $AB$  y  $CD$ . Las diagonales  $AC$  y  $BD$  se cortan en  $P$ , y los lados  $AD$  y  $BC$  se cortan en  $Q$ . Demostrar que  $PQ$  corta a las bases en sus puntos medios.

**Problema 7.** Construir un triángulo dados su circunradio, un lado, y la suma de los otros dos lados  $(R, a, b + c)$ .