LOS COLORES DEL SUDOKU

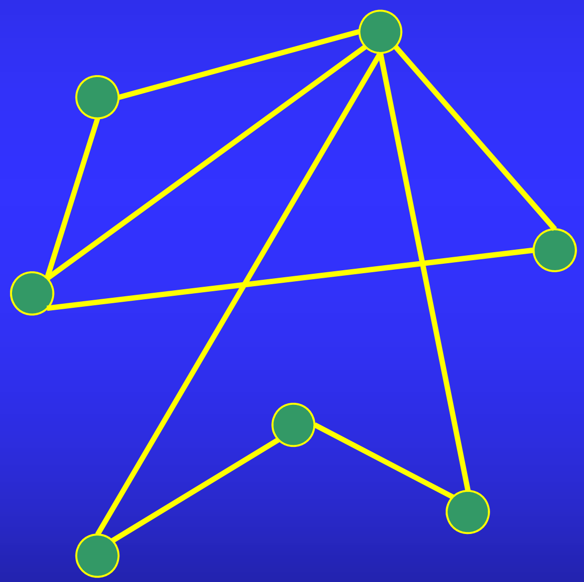
Jose María Muñoz Escolano

Taller de Talento Matemático

Huesca, 27 de mayo de 2011

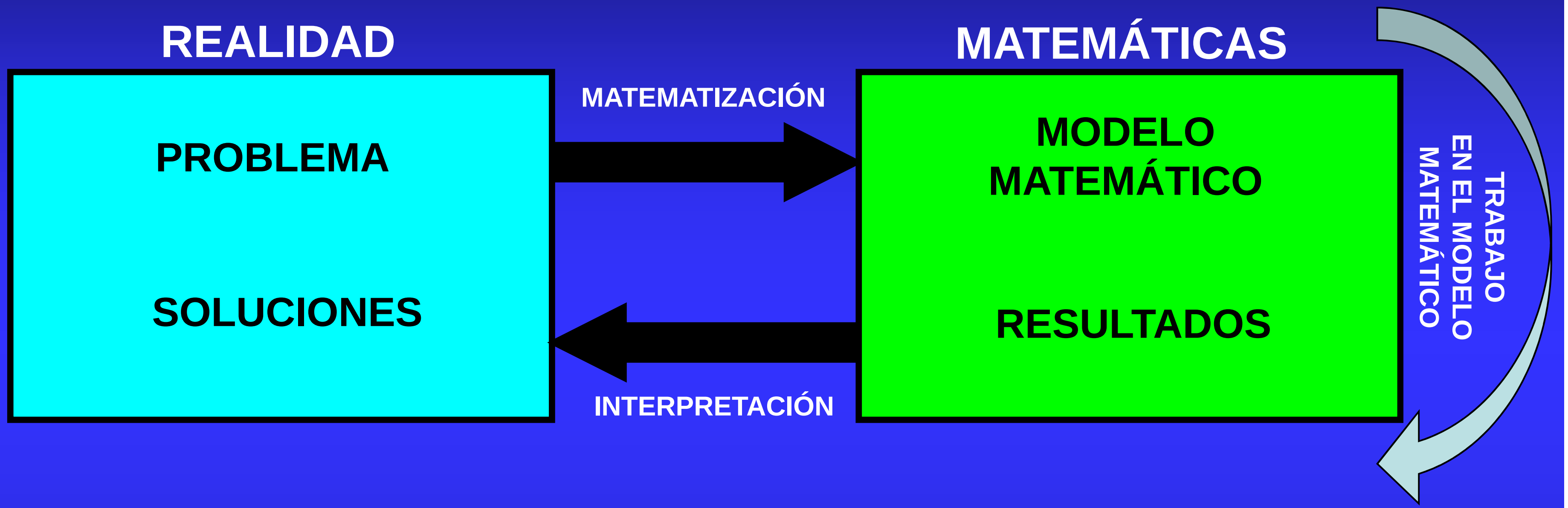
GRAFOS:
Una herramienta útil que *modeliza* situaciones

¿Qué es un GRAFO?



Componentes
- **Vértices**
- **Aristas**

¿CÓMO FUNCIONAN LAS MATEMÁTICAS?



COLOREANDO MAPAS

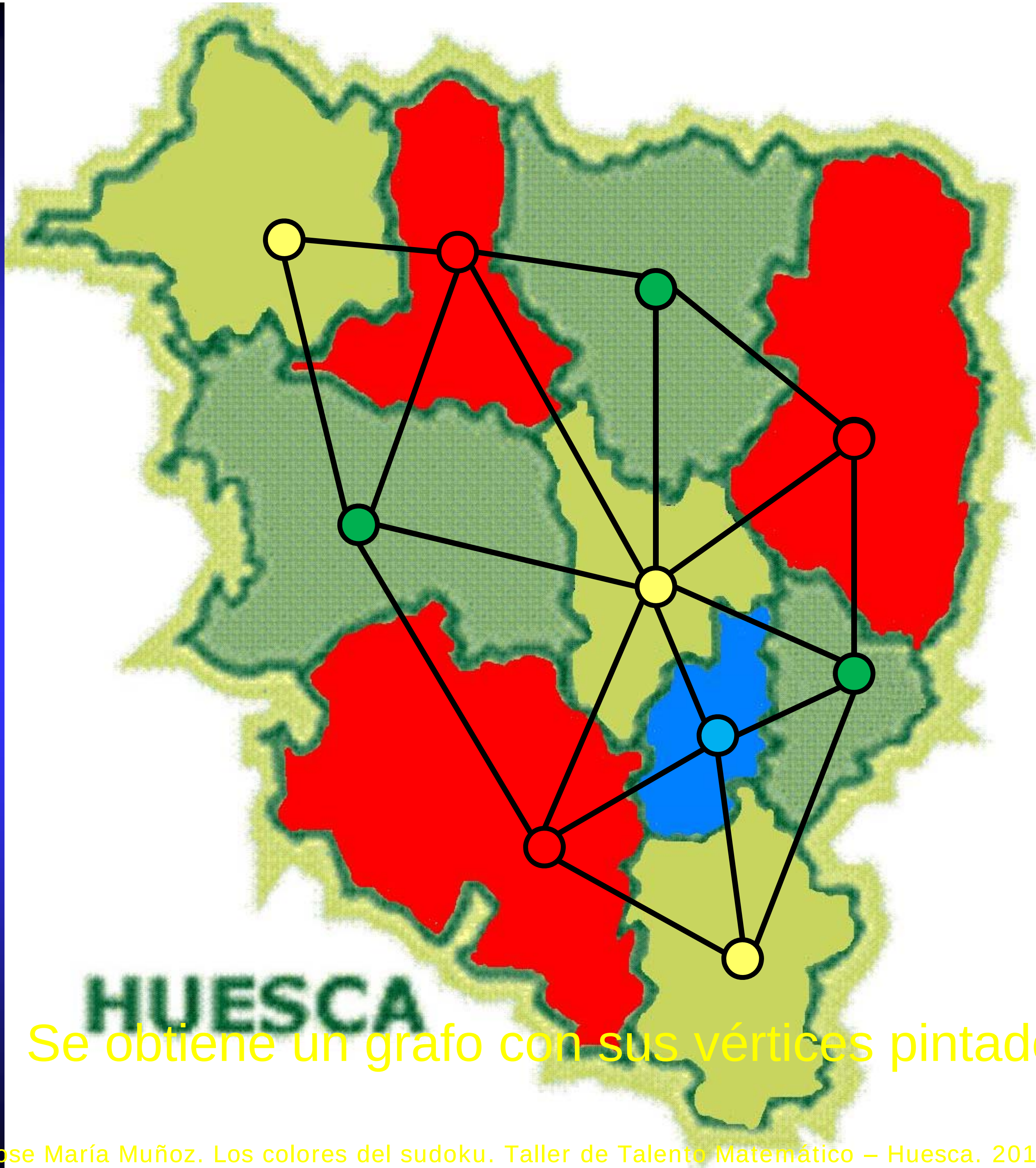
Para colorear un mapa han de tenerse en cuenta dos condiciones:

1. Cada país es de un color diferente

2. Dos países fronterizos son de colores distintos

El mapa comarcal de Huesca

Intenta pintarlo con el mínimo número posible de colores y siguiendo las condiciones que acabamos de indicar

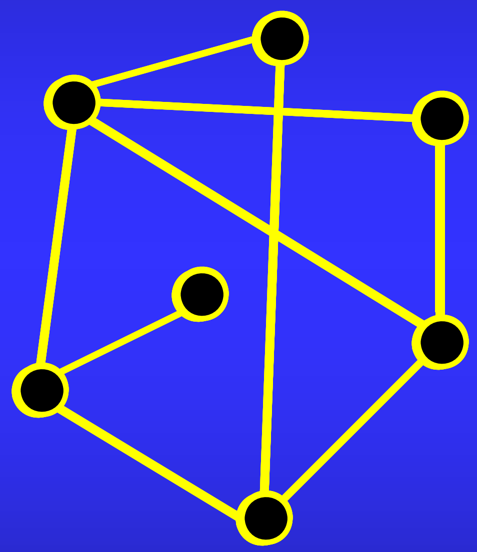


Se obtiene un grafo con sus vértices pintados

COLOREANDO GRAFOS

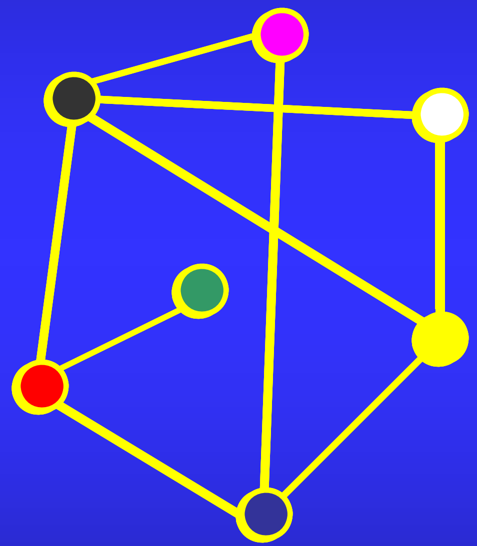
Vamos a intentar pintar los vértices de un grafo de tal forma que:

Si dos vértices están unidos por una arista, los colores con los que los hemos pintado sean diferentes.



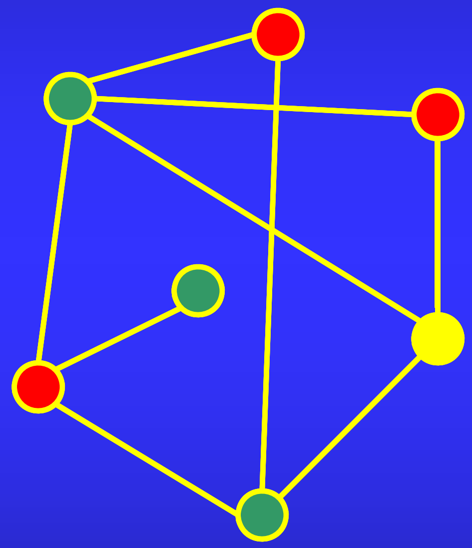
COLOREANDO GRAFOS

Está claro que siempre podemos hacerlo pintando cada vértice de un color diferente.



COLOREANDO GRAFOS

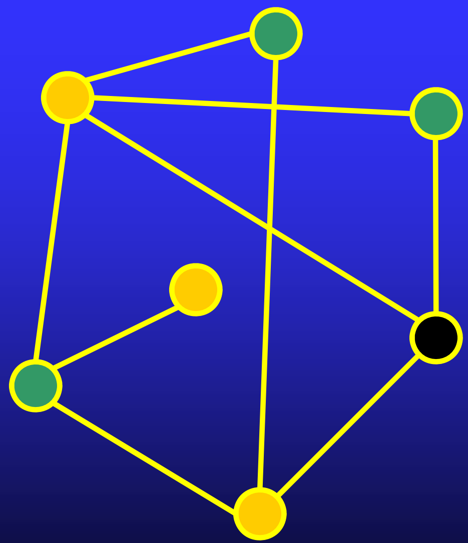
A menudo podemos hacerlo empleando menos colores que vértices.



COLOREANDO GRAFOS

Un grafo se dice *n*-coloreable si pueden pintarse sus vértices con n colores diferentes de manera que

- 2 vértices que están unidos por una arista están pintados de colores diferentes, y
- *n* es el más pequeño posible.

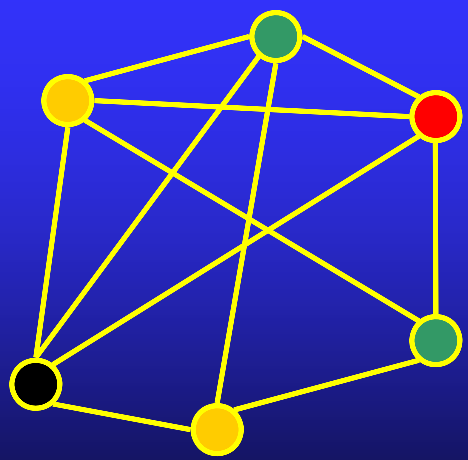


Este grafo es 3-coloreable.

COLOREANDO GRAFOS

Un grafo se dice *n*-coloreable si pueden pintarse sus vértices con n colores diferentes de manera que

- 2 vértices que están unidos por una arista están pintados de colores diferentes, y
- *n* es el más pequeño posible.



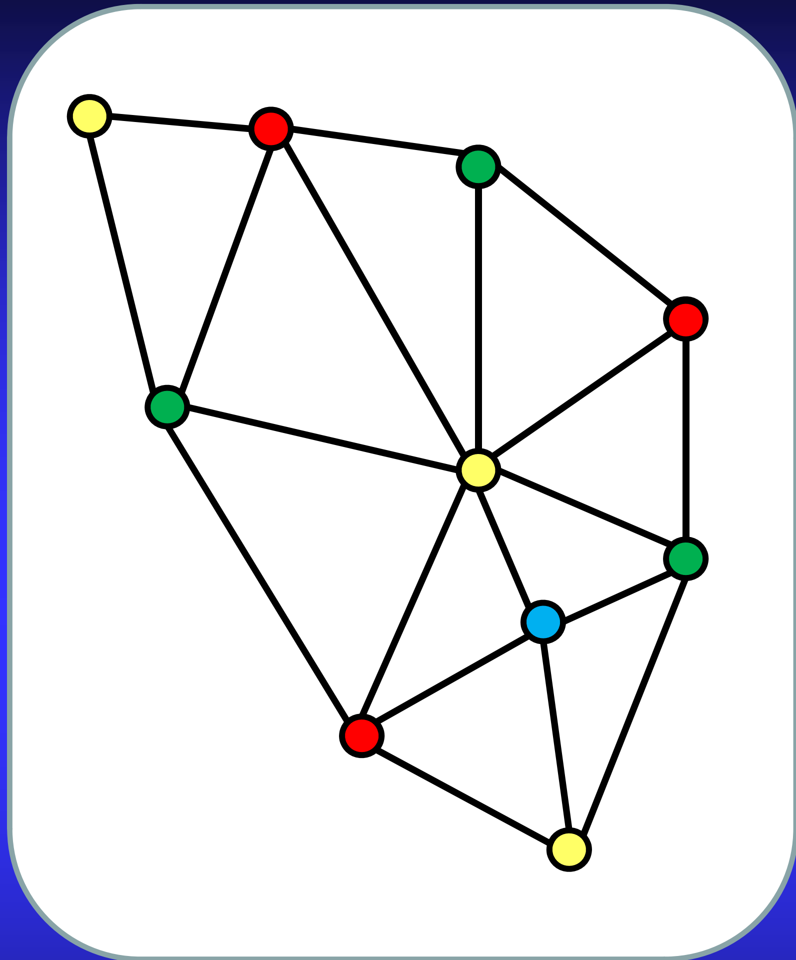
Este grafo es 4-coloreable.

EQUIVALENCIAS

MAPAS ⟷ **GRAFOS PLANOS**

Un grafo plano es un grafo que puede ser dibujado sin que ninguna arista se corte con otra. (Planarity)

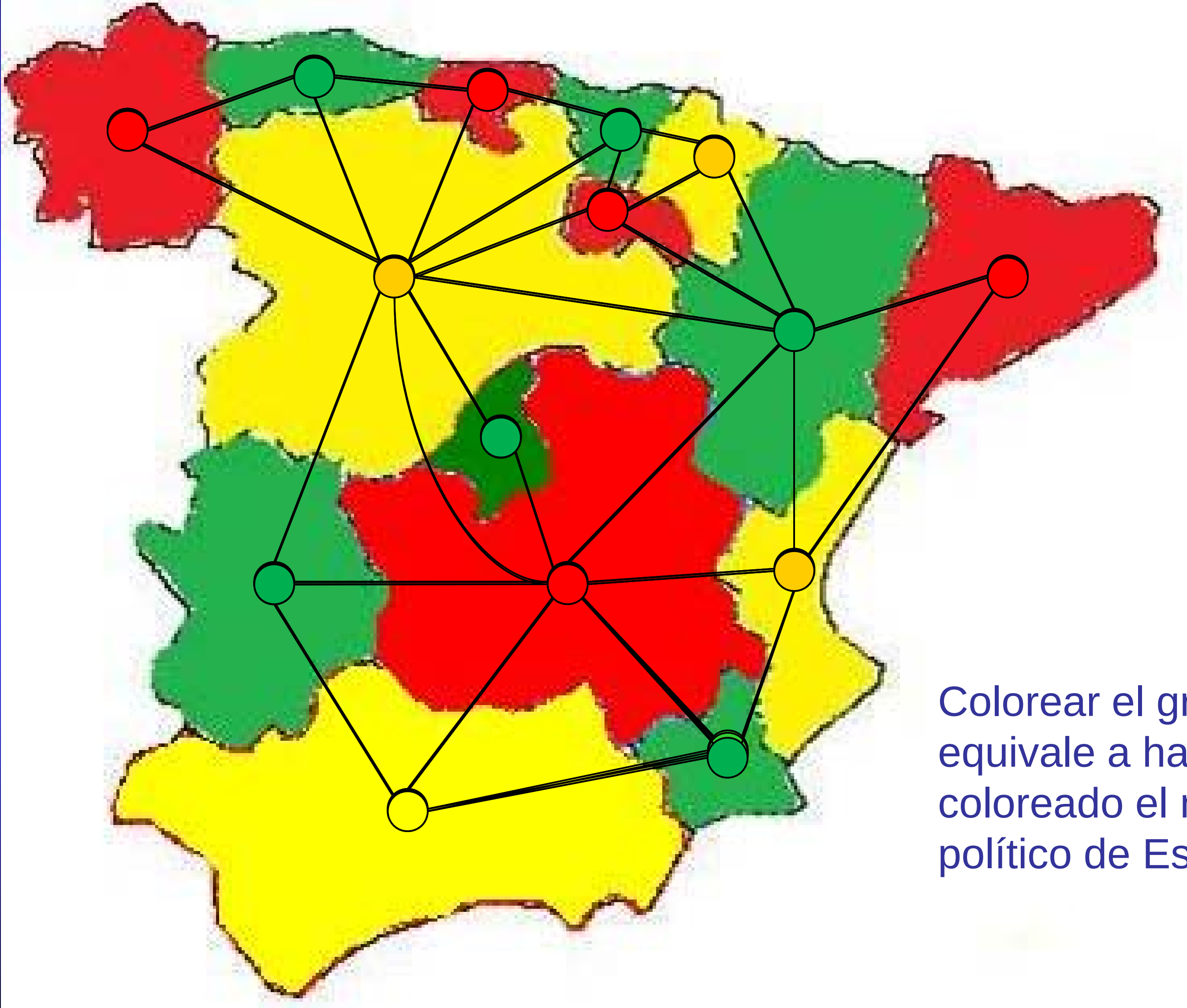
COLOREAR MAPAS ⟷ **COLOREAR GRAFOS**



El mapa se puede colorear con 4 colores

El grafo es 4-coloreable

TRATA DE COLOREAR ESTE GRAFO:



Colorear el grafo equivale a haber coloreado el mapa político de España.

CUESTIONES

¿Cómo son los grafos 1-coloreables?

¿Cómo es un grafo n-coloreable que además tenga n vértices?

Dibuja grafos de 5 vértices que sean, respectivamente 2, 3 y 4-coloreables.

UN POCO DE TRABAJO

Sobre la mesa tenéis distintas hojas con grafos dibujados.

Con la ayuda de las fichas de colores, intentad averiguar cuál es el número mínimo de colores necesario para colorearlos.

EN ESTE PROBLEMA...

REALIDAD

COLOREADO DE MAPAS

SOLUCIONES

MATEMATIZACIÓN

INTERPRETACIÓN

MATEMÁTICAS

TEORÍA DE GRAFOS

COLOREABILIDAD

TRABAJO EN EL MODELO MATEMÁTICO

Todo mapa se puede colorear empleando cuatro colores como máximo

TEOREMA DE LOS 4 COLORES

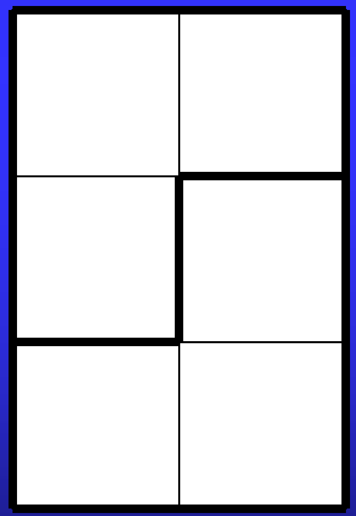
Todo grafo plano es 4-coloreable

RESOLVIENDO "SUDOKUS"

Un Sudoku parcial o **mini-Sudoku** es una variante del clásico Sudoku 9x9.

Consta de un tablero compuesto por un número de celdas que pueden estar agrupadas a su vez formando regiones más grandes.

Veamos un ejemplo:



En este caso, el propósito del juego es rellenar cada casilla con una cifra:

1, 2 y 3.

De forma que:

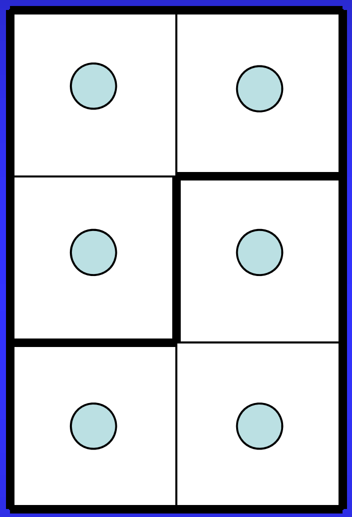
1. No se repita ninguna cifra en una fila
2. No se repita ninguna cifra en una columna
3. No se repita ninguna cifra en ninguna región destacada.

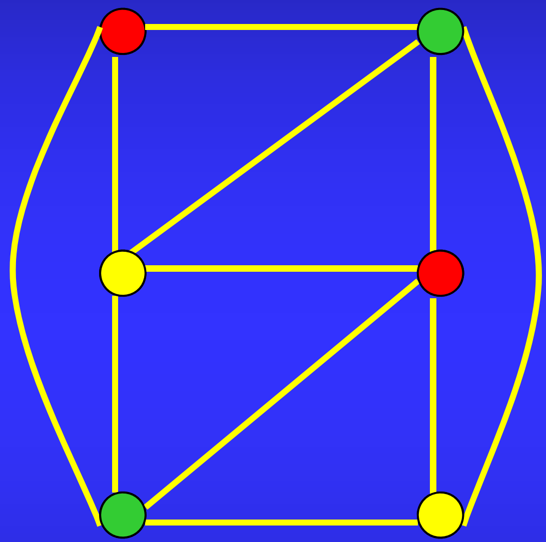
UN POCO DE TRABAJO

Sobre la mesa tenéis distintas hojas con sudokus (algunos *tradicionales* y otros no tanto).

¡¡¡ Vamos a resolverlos !!!

EL SUDOKU COMO UN GRAFO COLOREABLE





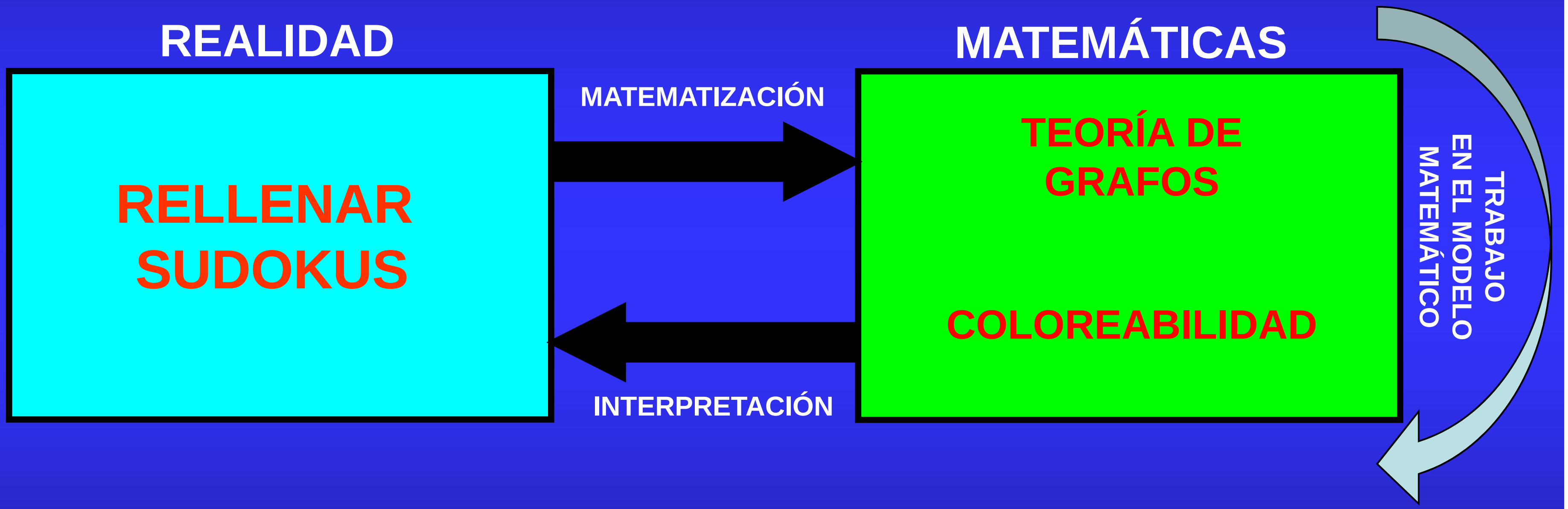
1 = amarillo
2 = rojo
3 = verde

EQUIVALENCIAS

SUDOKUS ⟺ GRAFOS

HACER SUDOKUS ⟺ COLOREAR GRAFOS

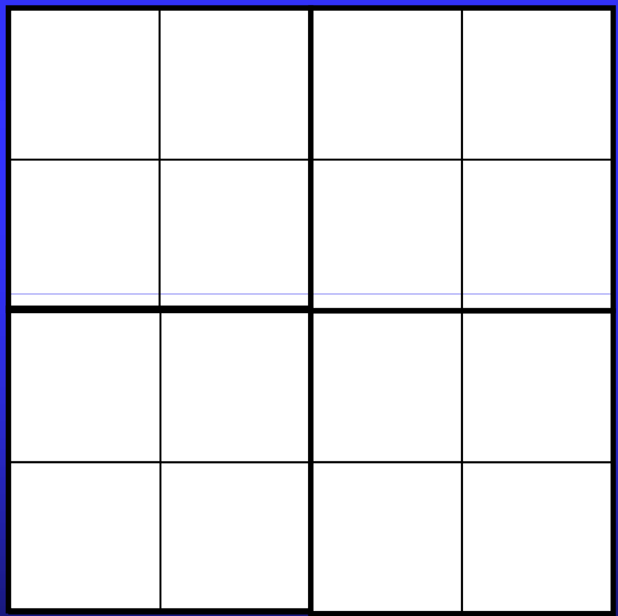
EN ESTE “NUEVO” PROBLEMA...



¿QUÉ ES UN SUDOKU 4X4?

Un Sudoku 4x4 es una variedad mucho más sencilla que el tradicional Sudoku 9x9.

Consta de un tablero cuadrado compuesto por 16 casillas, agrupadas a su vez de cuatro en cuatro, formando 4 cuadrados más grandes.



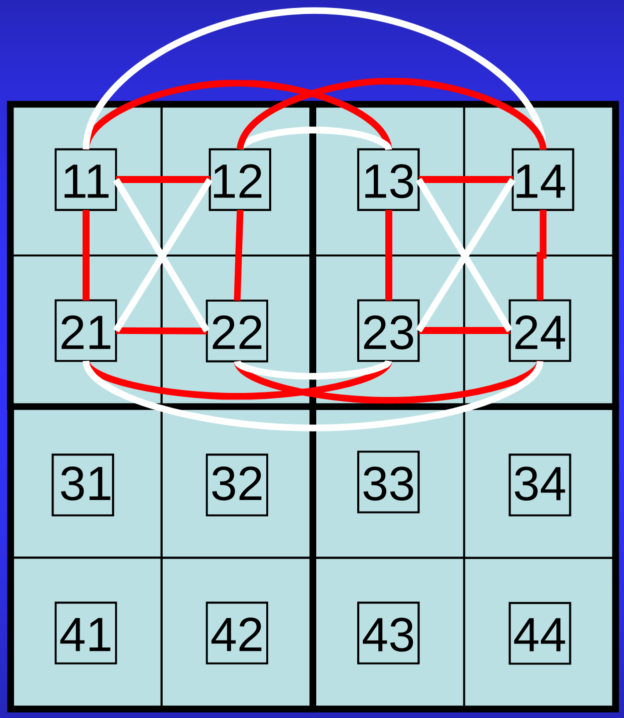
El propósito del juego es rellenar cada casilla con una cifra:

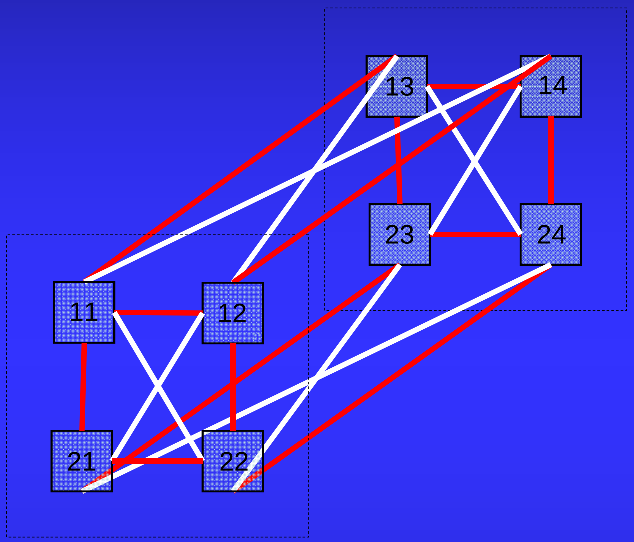
1, 2, 3 y 4

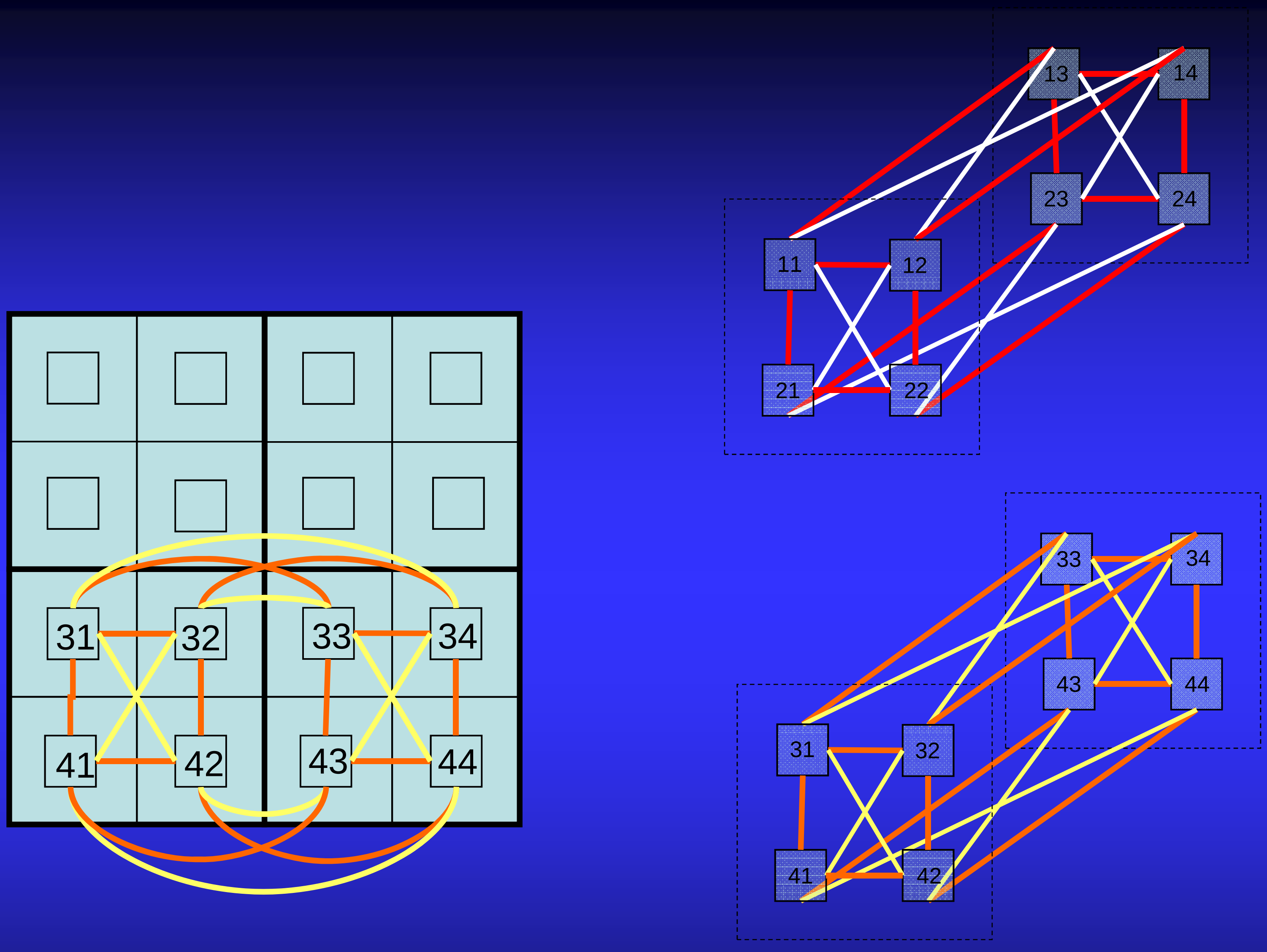
De forma que:

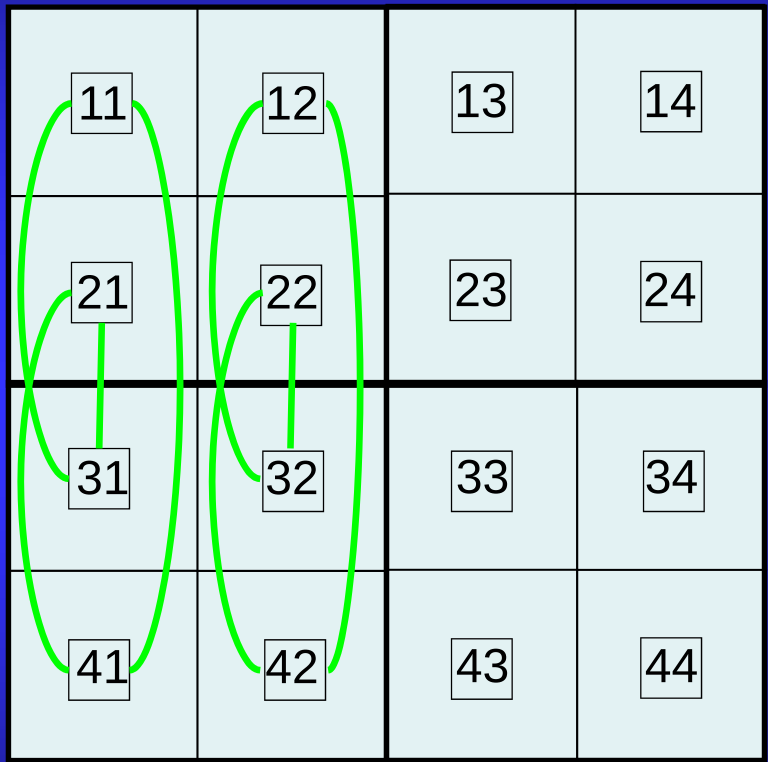
1. **No se repita ninguna cifra en una fila**
2. **No se repita ninguna cifra en una columna**
3. **No se repita ninguna cifra en ninguno de los cuadrados destacados de tamaño 2x2**

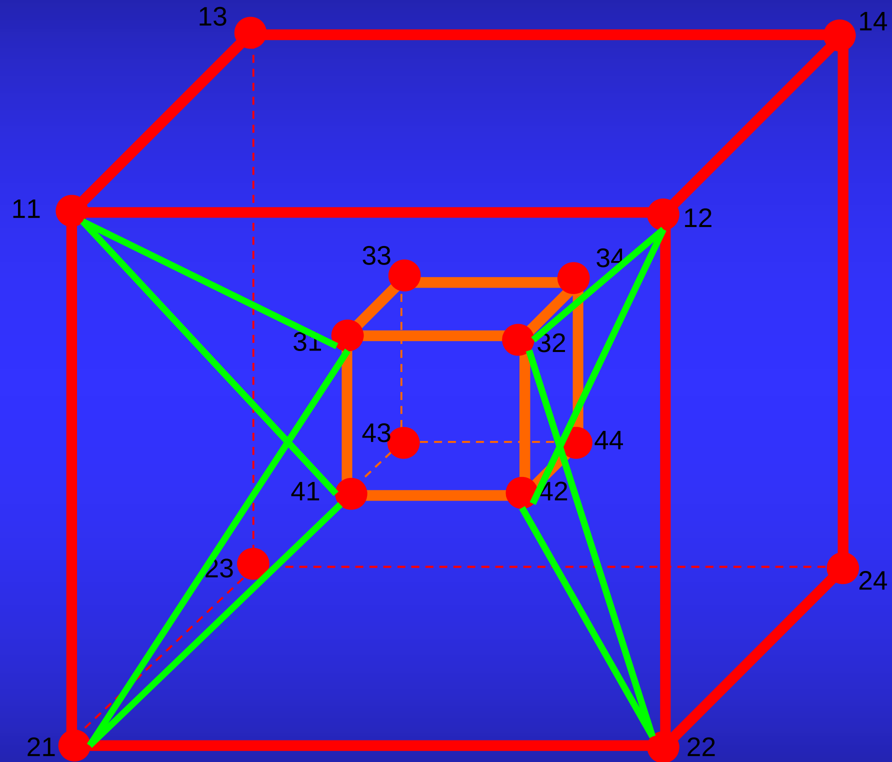
¿CÓMO ES EL GRAFO DE UN SUDOKU 4x4?

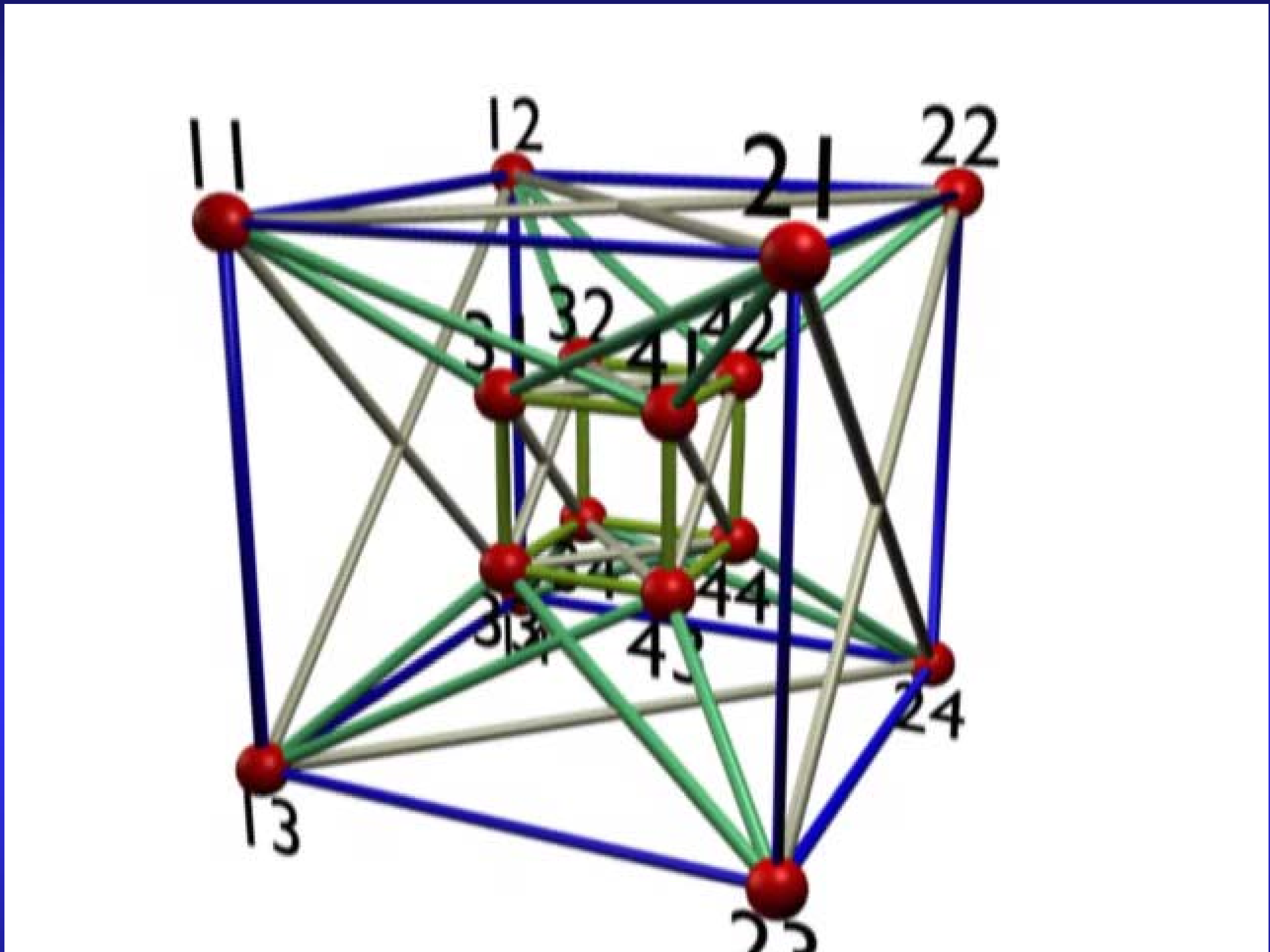





31
32
33
34
41
42
43
44
13
14
23
24
11
12
21
22
33
34
43
44
31
32
41
42


11
12
13
14
21
22
23
24
31
32
33
34
41
42
43
44


13
14
11
12
33
34
31
32
43
44
41
42
23
24
21
22


11
12
21
22
31
32
41
42
44
24
13
23

EN CONCLUSIÓN

REALIDAD

MAPAS

SUDOKUS

MATEMÁTICAS

TEORÍA DE GRAFOS

COLOREABILIDAD

Facebook y felicitaciones navideñas

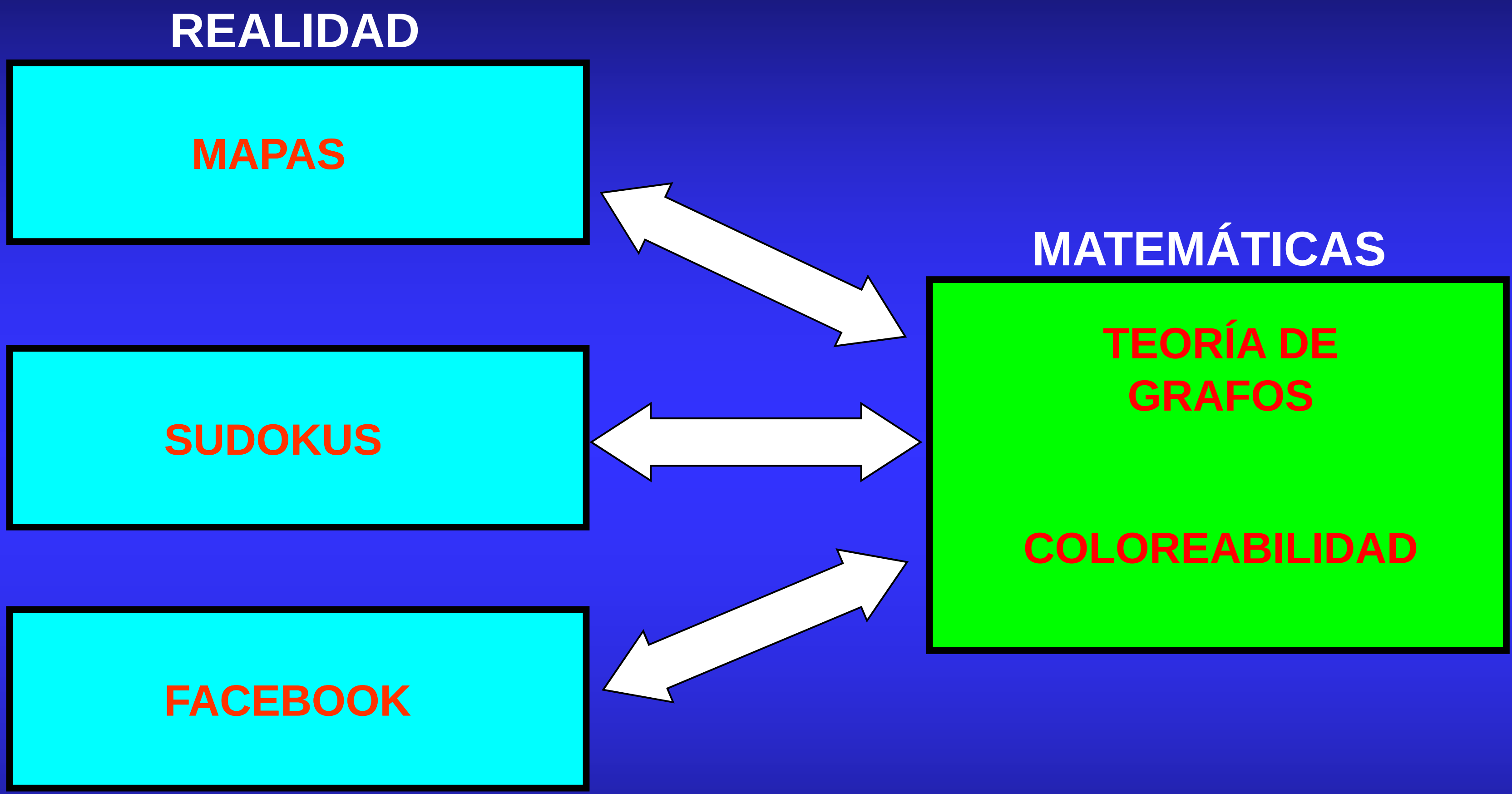
Quiero mandar un correo con una felicitación navideña a cada uno de mis amigos de Facebook.
Aunque no todos, muchos de mis amigos son a su vez amigos entre sí (los amigos del clase, de la familia, del fútbol, del Taller de Talento Matemático, …).
El problema es el siguiente:
Tengo muchos más amigos que tipos de postales diferentes.
Como quiero parecer muy detallista con ellos, desearía que cada uno de mis amigos reciba una felicitación que sea distinta a la que reciben todos nuestros amigos comunes (para que cuando la comparen o la cuelguen en el muro, piensen que cada uno de ellos ha recibido una felicitación distinta).

¿Qué hago?

Realidad:
- Amigos de Facebook.
- Cada amigo recibe un tipo de postal distinto al del resto de los amigos comunes.
- Mínimo número de postales posibles.

Matemáticas (Grafos):
- Construir un grafo con un vértice por cada amigo y una arista uniendo dos vértices si son amigos entre si.
- Cada vértice con un color y no puede haber coincidencia de color si dos vértices están unidos.

EN CONCLUSIÓN



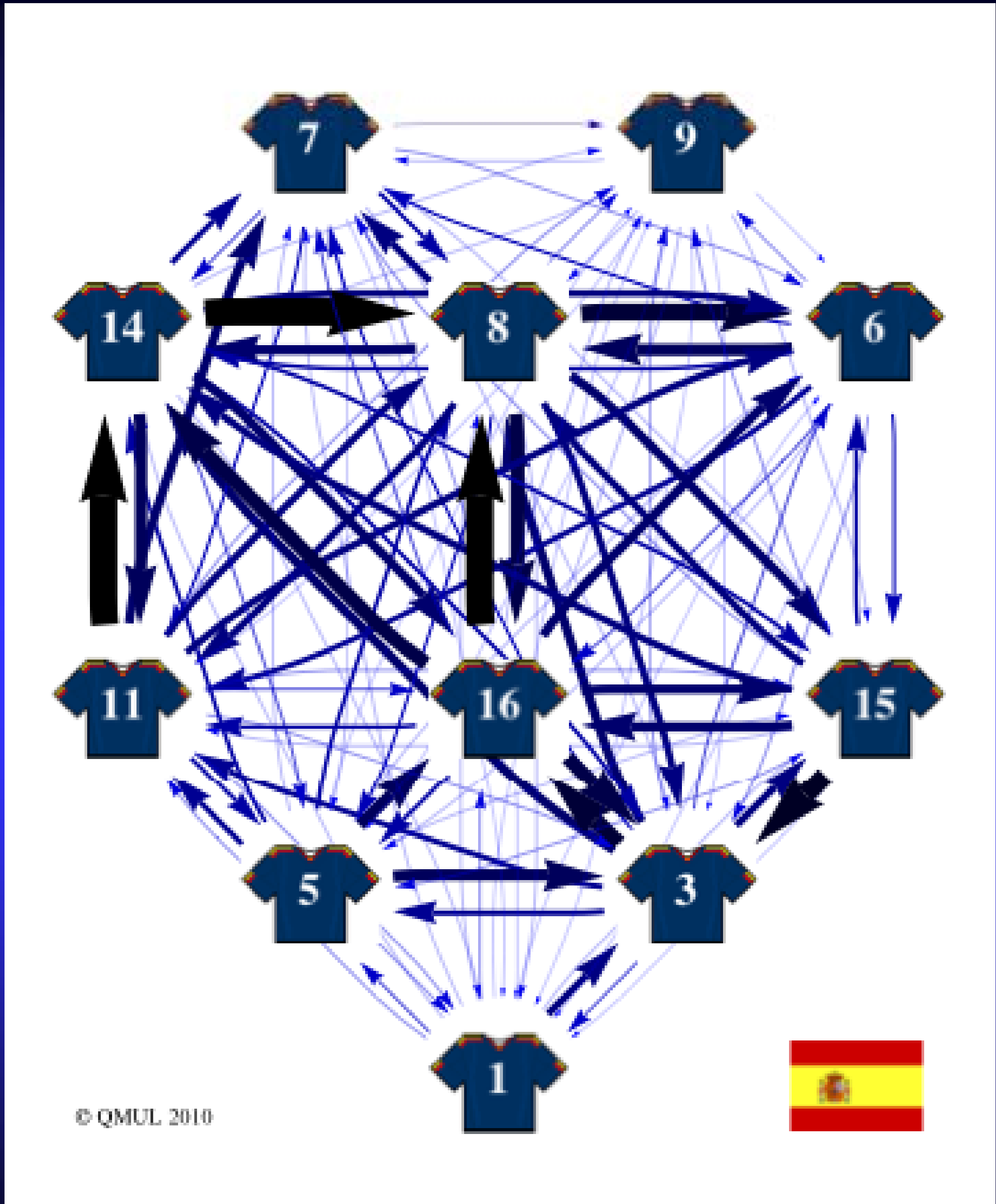
GRAFOS, REDES …
Y LA SELECCIÓN ESPAÑOLA DE FÚTBOL

La FIFA publica diferentes estadísticas al final del Mundial (y después de cada partido).

Una de ellas es la de pases recibidos y pases enviados de cada jugador (ejemplo).

Se construye un grafo donde cada vértice es un jugador y cada arista:

- **Está dirigida** (las aristas son “flechas”, esto es, el sentido importa: una arista de Xavi a Iniesta y otra arista de Iniesta a Xavi)
- **Está ponderada** (las aristas serán más o menos gruesas conforme haya más o menos pases entre los dos jugadores)



Player

1 – Iker CASILLAS

3 - Gerard PIQUE

5- Carles PUYOL

6 - Andres INIESTA

7 - David VILLA

8 - XAVI

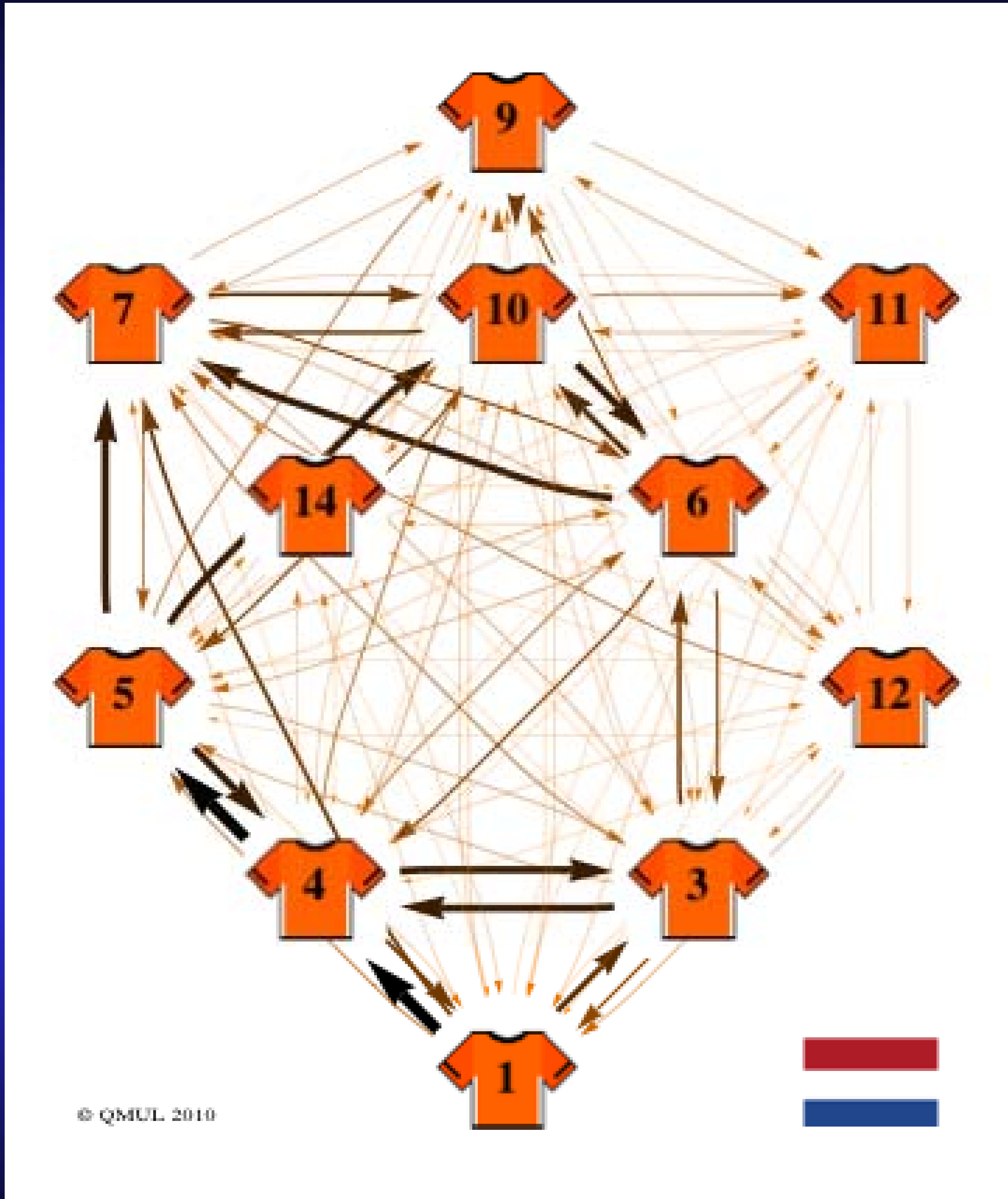
9 - Fernando TORRES

11 - Joan CAPDEVILA

14 - XABI ALONSO

15 - Sergio RAMOS

16 - Sergio BUSQUETS



Player

1 - Maarten STEKELENBURG

3 - John HEITINGA

4 - Joris MATHIJSEN

5 - G. VAN BRONCKHORST

6 - Mark VAN BOMMEL

7 - Dirk KUYT

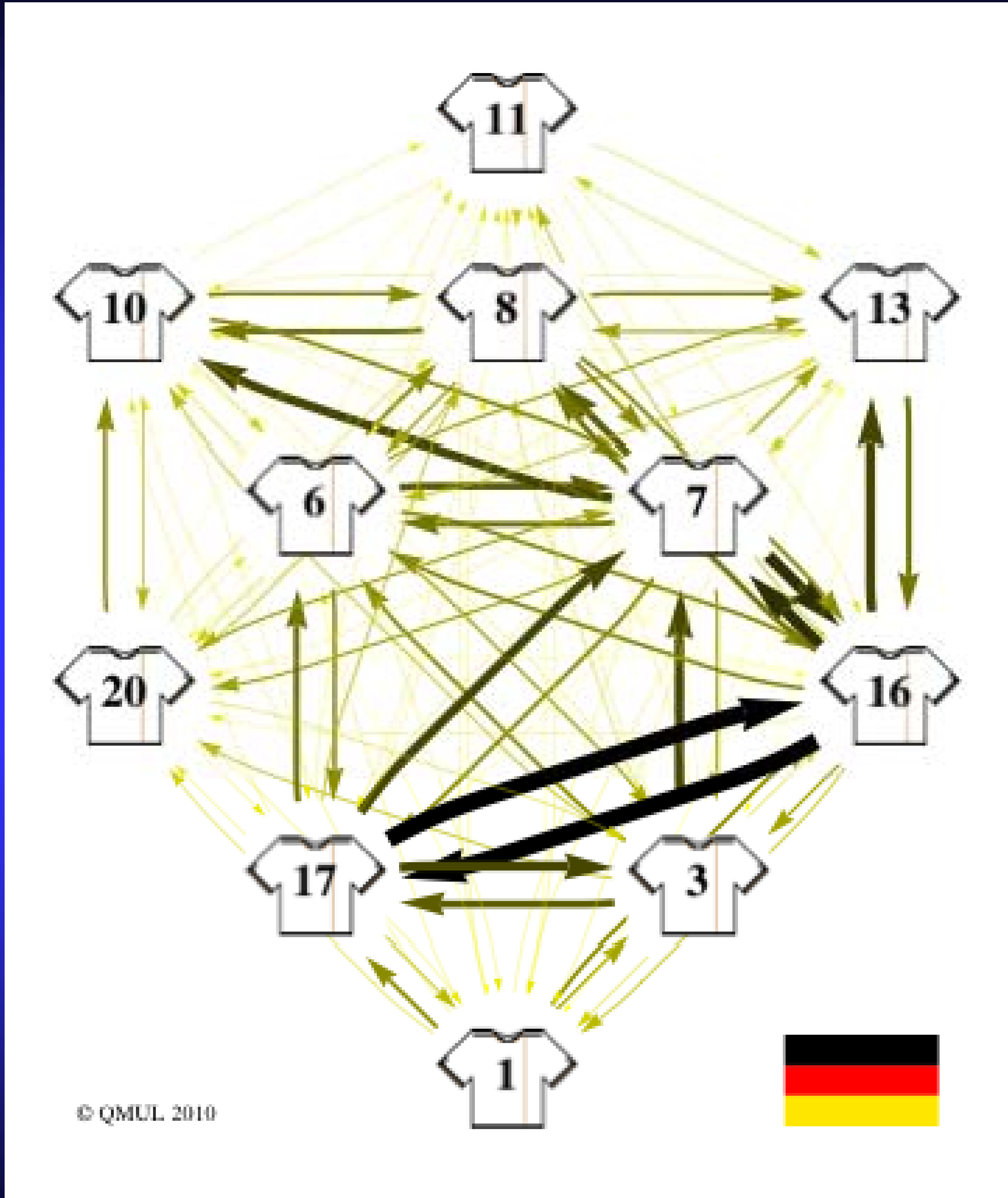
9 - Robin VAN PERSIE

10 - Wesley SNEIJDER

11 - Arjen ROBBEN

12 - Khalid BOULAHROUZ

14 - Demy DE ZEEUW



Player

1 - Manuel NEUER

3 - Arne FRIEDRICH

6 - Sami KHEDIRA

7 - Bastian SCHWEINSTEIGER

8 - Mesut OZIL

10 - Lukas PODOLSKI

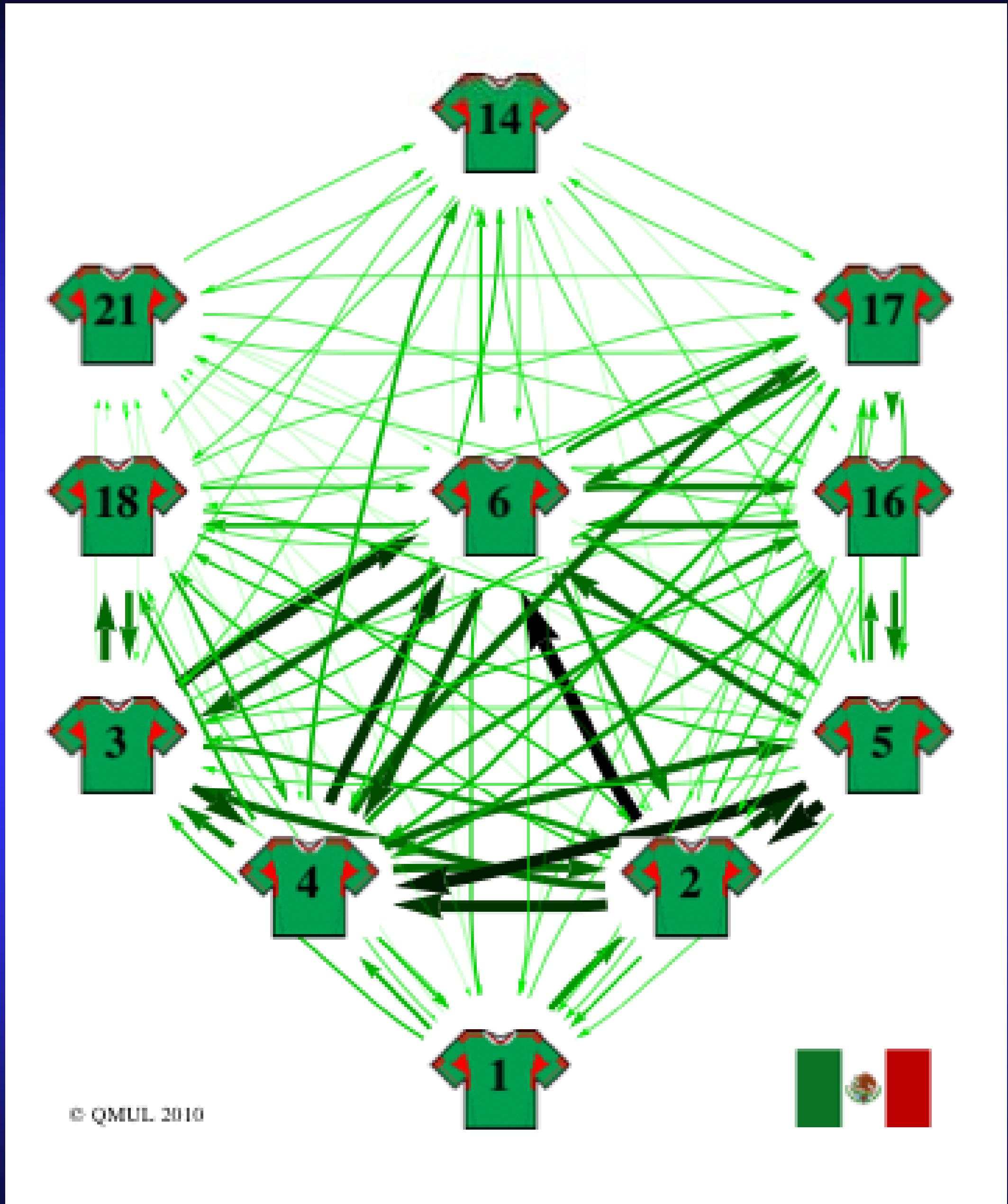
11 - Miroslav KLOSE

13 - Thomas MUELLER

16 - Philipp LAHM

17 - Per MERTESACKER

20 - Jerome BOATENG



Player

1 - Oscar PEREZ

2 - Francisco RODRIGUEZ

3 - Carlos SALCIDO

4 - Rafael MARQUEZ

5 - Ricardo OSORIO

6 - Gerardo TORRADO

14 - Javier HERNANDEZ

16 - Efrain JUAREZ

17 - Giovani DOS SANTOS

18 - Andres GUARDADO

21 - Adolfo BAUTISTA

¡¡¡ MUCHAS GRACIAS POR VUESTRA PARTICIPACIÓN !!!

Más información en:

Martín, J.; Muñoz, JM.; Oller, AM. (2009): *Empleo didáctico de juegos que se matematizan mediante grafos. Una experiencia.* Contextos Educativos, 12. pp. 141-168.

López Peña, J.; Touchette, H. (2010): *A team's strategy in one graph.* School of Mathematical Sciences Queen Mary, University of London. Disponible en: http://www.maths.qmul.ac.uk/~ht/footballgraphs/index.html