¿Qué te juegas?

(Iniciación a la probabilidad)

Miguel Barreras Alconchel

I.E.S. Matarraña (Valderrobres ï Teruel)

pelanium@yahoo.es

http://195.55.130.130/calendas/

Un anuncio

Paseo por las calles de Zaragoza. Hay un paisaje de carteles gigantescos. Muchos, electorales. Intento descifrar el mensaje subliminal de los asesores de los políticos cuando me encuentro con uno -un cartel- que no va de política. Lo firma una inmobiliaria y el texto principal es éste:

"Si quiere vender su casa,

consulte con especialistas.

NO ES UN JUEGO"

Como dentro de poco voy a dar una charla sobre juegos (de apuesta), me pregunto qué entenderá por ñjuegoòla persona que diseñó el anuncio.

¿En qué sentido crees que está utilizada en el anuncio la palabra ñjuegoò?

¿Qué entiendes tú por ñjuegoò?

¿Qué otros significados pueden darse a la palabra ñjuegoò?

Tipos de juegos

Desde un punto de vista matemático, podríamos clasificar los juegos en tres categorías. Una, los juegos de estrategia, en los que sólo cuenta la pericia del jugador. El ajedrez es el ejemplo más claro. Otra, los juegos de azar (de puro azar). Sólo la suerte determina el resultado. El juego de la oca, la ruleta (¿es siempre azar?), el bingo. Este tipo de juegos también es susceptible de análisis matemático, aunque el azar no fue considerado como cosa matemática hasta mediados del siglo XVII.[i]

Hay una categoría intermedia muy interesante. Los juegos de estrategia-azar, en los que la suerte influye, pero también el criterio del que juega. Hay muchos.

En general, podemos hablar de situaciones en las que hay que tomar una decisión (elegir una u otra salida, apostar tanto o no apostar, ir al cumpleaños al que te acaban de invitar o no ir, etc.) en la que un análisis (matemático) previo puede favorecer el porcentaje de éxito.

Si lo piensas, verás que el parchís no es un juego de puro azar. Si consideramos la Bolsa como un juego, estaremos de acuerdo en que no entra en ninguna de las dos primeras categorías.

Piensa juegos en cada una de las categorías anteriores.

¿Se te ocurre algún juego que no encaje en ninguna de las tres clases de juegos anteriores?

A jugar

Concurso

Tienes que elegir una puerta de entre tres.

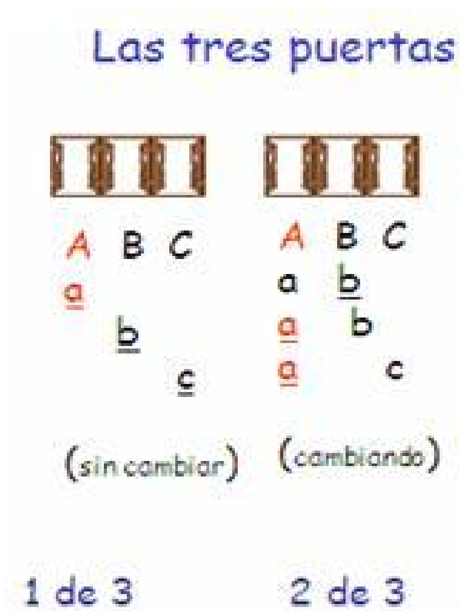
Sólo en una hay premio.

Ya has elegido una. El presentador del programa abrirá una que no tiene premio (el sabe dónde está el premio). Te deja que cambies de puerta.

¿Cambiarías de puerta? ¿Por qué?

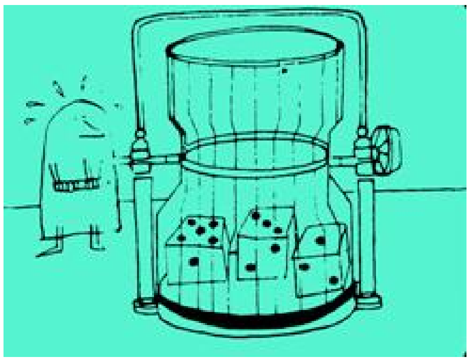
La mayoría de la gente piensa que da igual cambiar o no. Es más, casi ninguno cambia porque piensa que si deja el premio en la que había elegido al principio se le va a quedar cara de imbécil.

Sin embargo, un análisis de la situación nos lleva a recomendar que se cambie siempre de puerta. En efecto. Supongamos que el premio está en la puerta primera. Es claro que si no cambio cabe esperar que gane 1 de cada 3 veces. Pero supongamos ahora que tomo la decisión de cambiar siempre. Si elijo A, el presentador me abrirá B o C. Yo iré a la otra y perderé. Mala suerte. Pero si, por ejemplo, he elegido al principio B, el presentador tendrá que abrirme necesariamente C, dejándome libre A donde deberé cambiar y ganaré.



Lo mismo pasa si elijo C al principio. Cabe esperar que gane 2 de cada 3 veces, el doble de si tomo la opción de mantenerme en la puerta inicial. Sorprendente, ¿no?

Así que aquí no hay azar al 100%, como parece en un principio. Hay una estrategia, si no para ganar siempre, sí para tener más probabilidad de ganar.

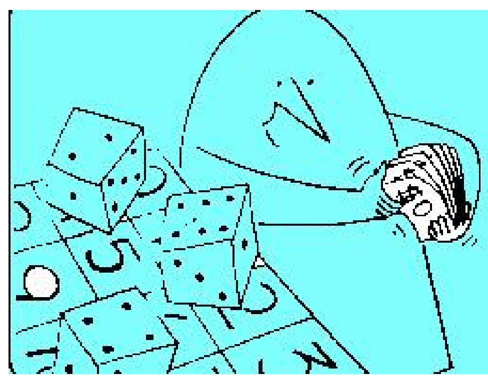


El tragasuertes

El feriante tira 3 dados (numerados del 1 al 6). Los jugadores apuestan por cualquier número del 1 al 6, y reciben de premio la misma cantidad que apuesten por cada dado que salga con su número.

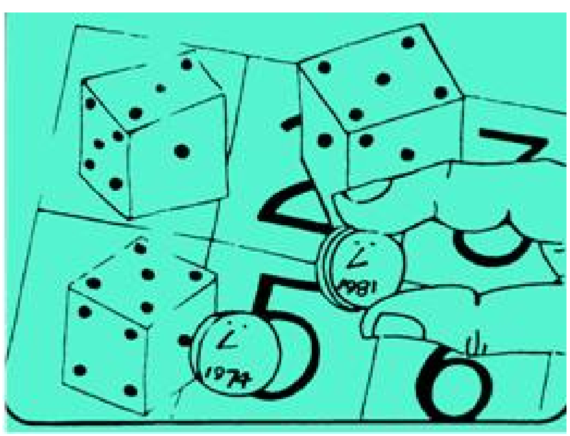
En principio parece un juego justo (¿es la ruleta un juego justo?) y la cosa no tiene mucho interés.

¿Te parece que es un juego justo?



Para animar al personal, el feriante anuncia que si el número al que se apuesta sale dos veces, pagará el doble, y el triple en el caso de que el número aparezca en los tres dados.

¿A quién crees que favorece ahora el asunto de los números repetidos? ¿Al feriante? ¿Al jugador? ¿O sigue siendo un juego justo?



Algunos jugadores pardillos creen que con la nueva oferta el juego les favorece, pero no es así. Supongamos, para analizar el problema (y minimizar la suerte) que las apuestas están cubiertas.

1	2	3	4	5	6		Sale 2-3-6 (sin repetición)
1 e	1 e	1 e	1 e	1 e	1 e		el feriante se queda en paz
0 e	1 e	1 e	0 e	0 e	1 e		(-3)+(+3)=0
1	2	3	4	5	6		Sale 2-2-6 (una repetición)
1 e	1 e	1 e	1 e	1 e	1 e		el feriante gana 1 e
0 e	2 e	0 e	0 e	0 e	1 e		(-3)+(+4)=+1
1	2	3	4	5	6		Sale 2-2-2 (dos repeticiones)
1 e	1 e	1 e	1 e	1 e	1 e		el feriante gana 2 e
0 e	3 e	0 e	0 e	0 e	0 e		(-3)+(+5)=+2

Si hay repetición gana el feriante, luego el jugador pierde.

El tran-tran

En la mesa del feriante hay cuatro dados de colores distintos. También es distinta la puntuación de cada una de sus seis caras.

ROJO	4	4	4	4	4	4
AZUL	8	8	2	2	2	2
VERDE	7	7	7	1	1	1
AMARILLO	6	6	6	6	0	0

Imagina que te dejan tirar 100 veces uno de los cuatro dados. Debes pagar 400 euros por jugar.

¿Jugarías?

¿Qué dado elegirías?

Pero no es éste el juego del feriante. Sería largo, aburrido y muy costoso para el que perdiera al final.

El juego que propone el feriante es el siguiente:

ñElije un dado. El que tú quieras. Yo elegiré otro. Ponemos un euro cada uno encima de la mesa. Tú tiras tu dado. Yo, el mío. Gana los dos euros el que saque mayor puntuación en su dadoò

¿Te parece un juego justo?

Ponte en la piel del jugador. ¿Qué dado elegirías?

Ahora eres el feriante. Piensa el color que elegirías en función del que elije el que juega.

Analiza el juego. Si te fijas, te darás cuenta de que para cualquier opción del jugador, el feriante siempre encuentra una mejor. (¡!)

Estrategias

La princesa y el poeta

La princesa anda un poco preocupada. El poeta le ha pedido su mano al rey pero éste, que es un poco sádico, le somete a la prueba del laberinto. La princesa puede elegir entre esperarlo en su alcoba azul o en la rejilla de abajo.

¿Dónde lo esperarías tú?

Mete 18 poetas en el principio del laberinto y sígueles la pista.

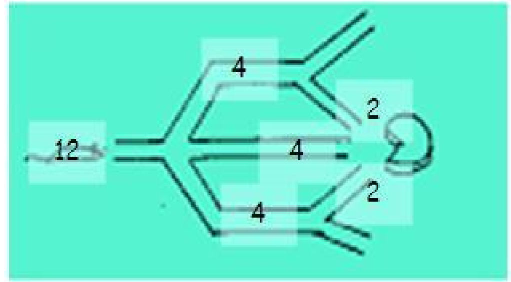
¿Qué probabilidad tiene el poeta de salvarse?

Apuestas a la rejilla 1 euro y, si ganas, cobrarás 3. ¿Juegas?

Apuestas a la alcoba azul 2 euros y, si ganas, cobrarás 3. ¿Juegas?

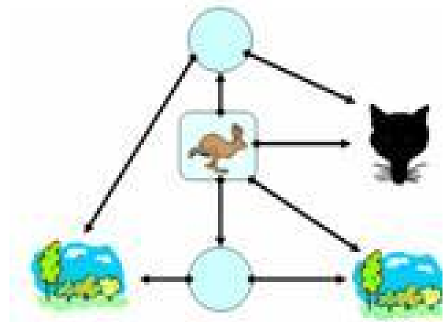
El ratón y el queso

Calcula ahora la probabilidad de que un ratón que entre desesperado en el laberinto llegue a probar el queso.



El conejo y el zorro

Haz correr desde la casilla central a 8 conejos y calcula la probabilidad de que un conejo se salve y la de que vaya a parar a las fauces del lobo.



La partida interrumpida

Jimmy y Telma están en plena partida de un juego donde se tienen que conseguir 6 puntos para ganar, y en el que cada uno de los jugadores tiene las mismas oportunidades para vencer en una ronda y llevarse un punto. Jimmy está ganando por 5 a 3, cuando llega la policía y se interrumpe la partida.

¿Cómo deberán repartirse las apuestas depositadas?

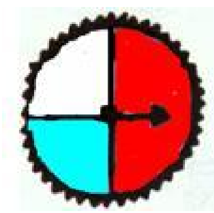
Problema propuesto por Fibonacci (1180-1250 en su ***ñ****Liber Abaci***ò***, mal resuelto por Luca Pacioli (1445-1514), que sostenía que la repartición debería ser de 5 a 3, cuando, realmente, debe ser de 7 a 1.

Repartir 5 a 3 es, quizás, lo primero que le viene a uno a la cabeza. En esta respuesta no influye el número de partidas que hay que ganar (6, en este caso). Si jugaran a 100 partidas ganadas, Telma no podría estar de acuerdo con esta repartición de 5 a 3. Jugando a 6, es Jimmy el que no debería aceptarla.

El máximo de partidas que les quedaría por jugar sería 2. Se trata de escribir en un diagrama de árbol todas las posibilidades (contando incluso con aquéllas en las que la partida abría acabado), y contar cuántas favorecen a cada uno.

La ruleta

Has tenido suerte. El día de convivencia del insti has ganado un premio. Girarás la flecha de la ruleta y, según se pare en uno u otro sector ganarás algún dinerillo. Debes elegir una de las cuatro opciones y explicar por qué lo haces. Suerte.



	A	B	C	D
ROJO	+40 euros	+60 euros	+80 euros	+50 euros
BLANCO	+10 euros	-10 euros	-10 euros	+10 euros
AZUL	+20 euros	+15 euros	-10 euros	+10 euros

Imagínate ahora que vas a jugar 100 partidas.

¿Cuánto esperarías ganar en cada opción? ¿Cuál elegirías ahora?

No es difícil calcular la esperanza de ganancia en cada caso al cabo de 100 partidas:

E[A]= 2.750 euros   E[B]= 3.125 euros   E[C]= 3.500 euros   E[D]= 3.000 euros

La C es, a la larga, la opción más rentable. Sin embargo, muchos preferirían la D porque así tienen la seguridad de que, en ningún caso, perderán, aunque tengan muy mala suerte.

Tú, ¿cuál elegirías?

La moneda

Tiras una moneda. Elige una de las tres opciones y explica por qué lo haces.

	A	B	C
CARA	+40 euros	+20 euros	+60 euros
CRUZ	+10 euros	0 euros	-10 euros

El dado

Ahora tiras un dado. En este caso debes poner cierta cantidad de dinero para jugar. El sistema de pérdidas y ganancias se describe en la tabla. ¿Por cuántos euros estarías dispuesto a jugar?

PAR	UNO	TRES	CINCO
+40 euros	0 euros	-6 euros	-60 euros

Los ladrones de Bagdag

Un ladrón ha sido condenado por malversación de fondos. Se le ofrecen dos posibilidades para cumplir su condena: Una, jugarse el cuello a cara o cruz. Dos: Ser encerrado en una cueva totalmente oscura cuya situación viene reflejada en el dibujo. Hay dos salidas falsas: la torre, en la que emplea un día entre ir y volver, y el volcán, que le ocuparía dos días.

Suponiendo que no utiliza ningún tipo de estrategia (dejar marcas en las salidas, etc.) y que, dado su estado físico actual, y que carece de alimento y bebida, sólo sobreviviría 3 días, ¿qué opción debe elegir?

Si metemos 54 ladrones en la cueva y seguimos sus evoluciones azarosas al cabo de tres días obtenemos el siguiente resultado:

Día	Libertad	Torre	Volcán	Cueva
0	0	0	0	54
1	18	0	18	18
2	18+6	0	6	6+18
3	18+6+8	0	8	8+6

La probabilidad de salvarse es 32/54, casi un 60%, superior al 50% de salvarse con la moneda.

Fin con paradoja

Cojamos a dos asistentes cualesquiera de esta charla. Se sienten enfrente en una mesa. No se conocen.

Cada uno pondrá sobre la mesa su monedero y / o su cartera.

El juego es el siguiente: Cada uno depositará su dinero encima de la mesa. El que lleve menos dinero se llevará todo (lo suyo y lo del otro). Antes de echar el dinero sobre la mesa, nadie sabe el dinero que lleva el otro. Ninguno de los dos tiene idea de lo que el otro lleva. Así que la probabilidad de ganar es de 1/2 (principio de la ignorancia completa). Pongámonos en la piel (mente) del jugador A: ñYo llevo 12 euros. Tengo 50% de probabilidad de perder 12 euros, pero también tengo 50% de probabilidad de ganar una cantidad superior a 12 eurosò (¡?). El razonamiento de B es parecido a éste.

¿Ves la paradoja?

[1] Los principios

Estamos en Francia, a mediados del s. XVII, sobre 1654. Descartes ya ha descubierto la geometría analítica: los puntos pasan a ser un par de números; las funciones, ecuaciones en x y en y. El gran dramaturgo Molière ya lleva tiempo recorriendo Francia como cómico errante y falta poco para que estalle la trifulca entre Newton y Leibniz sobre la invención del Cálculo Diferencial e Integral, un hito en la historia de la ciencia.

En París vive Pascal, Blaise Pascal, pensador, matemático precoz que con sólo 16 años ha demostrado el teorema que lleva su nombre[1]. A pesar de ser un hombre muy religioso, en algún momento de su vida conoció a un tipo de vida licenciosa, un jugador profesional que se ganaba la vida por las casas de juego de París, el caballero De Méré. El caso es que este individuo recaudó beneficios apostando a que en 4 lanzamientos de un dado salía por lo menos un 6. Quizá porque se aburriera del juego o porque el personal ya lo tenía calao, cambió a otro un poco más entretenido que consistía en apostar por un doble 6 en 24 lanzamientos de dos dados. Pudo comprobar en sus propias carnes que esta nueva apuesta no le era ventajosa y se arruinó. Le contó sus desventuras a Pascal, el cual se carteó con Fermat, trasladándole el problema. Fermat era un abogado no matemático, pero muy potente (y algo engreído). Por distintos procedimientos ambos resolvieron el enigma: el porcentaje esperado de ganancia en el primer caso es del 52% (aproximadamente), mientras que en el del segundo es de poco más que el 49%.[1] Sutil diferencia, pero suficiente para que el caballero confiado pasara de los números negros a los números rojos. A partir de aquí surge la idea formal de probabilidad, aunque el primer libro sobre juegos de azar se debe al célebre médico y matemático italiano, Cardano, que, a pesar de lo listo que era, se arruinó por culpa del juego en varias ocasiones. Este es un asunto con el que hay que tener cuidado.

¿Qué moraleja podemos sacar de la historia? Pues muy sencillo: si el caballero De Méré hubiera preguntado a Pascal antes de arriesgarse, no habría perdido. Para esto sirve el cálculo de probabilidades, para prever lo que va a pasar o, más bien, lo que cabe esperar que pase a la larga. Es claro que la suerte siempre está rondando. Sobre qué es la buena o mala suerte podemos hablar más adelante, pero lo cierto es que influye menos cuantas más veces se juega. Si uno apuesta un euro a que va salir cara cuando se tire una moneda y sale cruz, no puede decir exactamente que haya tenido muy mala suerte. Pero si juega 20 veces a cara y no le sale ninguna es porque la moneda está trucada o ese día no tiene precisamente los astros alineados.