



Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Matemáticas y Origami

(si los griegos hubieran sabido papiroflexia)

Taller de Talento Matemático, 3º y 4º E.S.O.

Antonio M. Oller
oller@unizar.es

31 de Marzo de 2006

Modelos

Matemáticas y Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Modelos

Matemáticas y Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

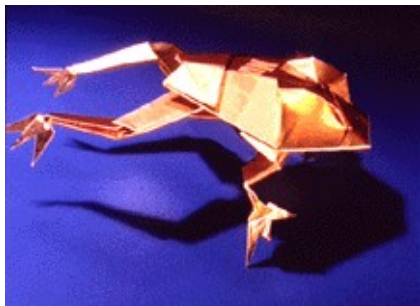
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Modelos

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Modelos

Matemáticas y Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida





Las Reglas del juego: Axiomas de Euclides

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Euclides de Alejandría.
Siglo IV antes de nuestra era.



Las reglas del juego: Axiomas de Euclides

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

En su obra *Los Elementos*, Euclides nos dice que para empezar a trabajar en geometría sólo podemos tomar como base lo siguiente:



Las reglas del juego: Axiomas de Euclides

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

En su obra *Los Elementos*, Euclides nos dice que para empezar a trabajar en geometría sólo podemos tomar como base lo siguiente:

- Dados dos puntos cualesquiera, siempre podemos trazar la recta que los une.



Las reglas del juego: Axiomas de Euclides

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

En su obra *Los Elementos*, Euclides nos dice que para empezar a trabajar en geometría sólo podemos tomar como base lo siguiente:

- Dados dos puntos cualesquiera, siempre podemos trazar la recta que los une.
- Un segmento cualquiera puede ser prolongado tanto como se quiera.



Las reglas del juego: Axiomas de Euclides

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

En su obra *Los Elementos*, Euclides nos dice que para empezar a trabajar en geometría sólo podemos tomar como base lo siguiente:

- Dados dos puntos cualesquiera, siempre podemos trazar la recta que los une.
- Un segmento cualquiera puede ser prolongado tanto como se quiera.
- Pueden dibujarse circunferencias con cualquier centro y de cualquier radio.



Las reglas del juego: Axiomas de Euclides

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

En su obra *Los Elementos*, Euclides nos dice que para empezar a trabajar en geometría sólo podemos tomar como base lo siguiente:

- Dados dos puntos cualesquiera, siempre podemos trazar la recta que los une.
- Un segmento cualquiera puede ser prolongado tanto como se quiera.
- Pueden dibujarse circunferencias con cualquier centro y de cualquier radio.
- Todos los ángulos rectos son iguales.



Las reglas del juego: Axiomas de Euclides

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

En su obra *Los Elementos*, Euclides nos dice que para empezar a trabajar en geometría sólo podemos tomar como base lo siguiente:

- Dados dos puntos cualesquiera, siempre podemos trazar la recta que los une.
- Un segmento cualquiera puede ser prolongado tanto como se quiera.
- Pueden dibujarse circunferencias con cualquier centro y de cualquier radio.
- Todos los ángulos rectos son iguales.
- Dada una recta y un punto cualquiera que no esté en esa recta, sólo hay una recta paralela a la primera que pase por ese punto.



Las reglas del juego: axiomas de Euclides

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides


¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

EN LA PRÁCTICA ESTO SIGNIFICA QUE SÓLO PODEMOS UTILIZAR UNA REGLA SIN MARCAS (NO PODEMOS MEDIR) Y UN COMPÁS NO BLOQUEABLE (NO PODEMOS TRASLADAR DISTANCIAS)



Cosas que Euclides no supo hacer: los tres problemas clásicos

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Es muy fácil dividir cualquier ángulo en 2 partes iguales (¿cómo lo harías?). Podríamos preguntarnos cómo dividirlo, por ejemplo, en 3 partes iguales.

Cosas que Euclides no supo hacer: los tres problemas clásicos

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

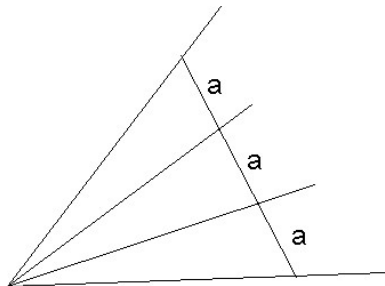
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



¿Funciona? ¿Por qué?



Cosas que Euclides no supo hacer: los tres problemas clásicos

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

NO PUEDE DIVIDIRSE UN ÁNGULO CUALQUIERA EN 3 PARTES IGUALES SIGUIENDO LAS “REGLAS” DE EUCLIDES



Cosas que Euclides no supo hacer: los tres problemas clásicos

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Dado un cuadrado cualquiera, podemos construir uno cuyo área sea el doble. Se nos podría ocurrir hacer lo mismo con un cubo.

Cosas que Euclides no supo hacer: los tres problemas clásicos



Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

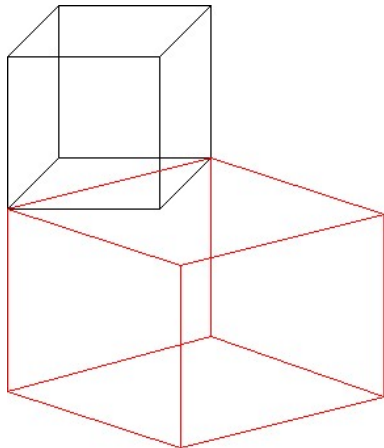
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



¿Funciona? ¿Por qué?



Cosas que Euclides no supo hacer: los tres problemas clásicos

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

NO PUEDE DUPLICARSE UN CUBO SIGUIENDO LAS
"REGLAS" DE EUCLIDES



Cosas que Euclides no supo hacer: los tres problemas clásicos

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Dado un rectángulo es muy fácil construir un cuadrado que tenga el mismo área (¿cómo?). ¿Cómo puedes usar eso para cuadrar un triángulo? ¿y para cuadrar un polígono cualquiera?



Cosas que Euclides no supo hacer: los tres problemas clásicos

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

NO SE PUEDE CUADRAR UN CÍRCULO USANDO LAS
"REGLAS" DE EUCLIDES



Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Ahora nuestras operaciones básicas permitidas serán:

Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Ahora nuestras operaciones básicas permitidas serán:

- Dados dos puntos P y Q se puede realizar el pliegue que los une (que pasa por ellos).

Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Ahora nuestras operaciones básicas permitidas serán:

- Dados dos puntos P y Q se puede realizar el pliegue que los une (que pasa por ellos).
- Dados dos puntos P y Q puede realizarse el pliegue que sitúa P sobre Q .



Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Ahora nuestras operaciones básicas permitidas serán:

- Dados dos puntos P y Q se puede realizar el pliegue que los une (que pasa por ellos).
- Dados dos puntos P y Q puede realizarse el pliegue que sitúa P sobre Q .
- Dado un punto P y una recta r se puede realizar el pliegue perpendicular a r que pasa por P .

Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Ahora nuestras operaciones básicas permitidas serán:

- Dados dos puntos P y Q se puede realizar el pliegue que los une (que pasa por ellos).
- Dados dos puntos P y Q puede realizarse el pliegue que sitúa P sobre Q .
- Dado un punto P y una recta r se puede realizar el pliegue perpendicular a r que pasa por P .
- Dadas dos rectas r y s , se puede realizar un pliegue que sitúe a r sobre s .



Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

- Dados dos puntos P y Q y una recta r , siempre que Q esté más cerca de r que de P , podemos realizar un pliegue que sitúe P sobre r y que pase por Q .



Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

- Dados dos puntos P y Q y una recta r , siempre que Q esté más cerca de r que de P , podemos realizar un pliegue que sitúe P sobre r y que pase por Q .
- Dado un punto P y dos rectas r y s que no sean paralelas, puede hacerse un pliegue perpendicular a r y que sitúa a P sobre s .



Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

- Dados dos puntos P y Q y una recta r , siempre que Q esté más cerca de r que de P , podemos realizar un pliegue que sitúe P sobre r y que pase por Q .
- Dado un punto P y dos rectas r y s que no sean paralelas, puede hacerse un pliegue perpendicular a r y que sitúa a P sobre s .
- Dados dos puntos P y Q y dos rectas r y s , se puede realizar un pliegue que sitúe a P sobre r y a Q sobre s .



Cambiando las reglas del juego: doblemos papel

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

EL ÚLTIMO AXIOMA NO TIENE REFLEJO EN LAS
“REGLAS” DE EUCLIDES. NOS VA A PERMITIR HACER
COSAS QUE EUCLIDES NO PUDO HACER



Trisecando un segmento, algo que Euclides ya supo hacer

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

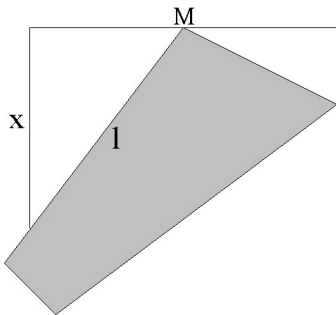
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



M es el punto medio del lado superior.

¿Te atreves a intentar probar que $x = \frac{2}{3}l$? Como ayuda, ten en cuenta que los dos triángulos que no están sombreados son semejantes, ¿Por qué?

Superando a Euclides I. Trisecemos un ángulo

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

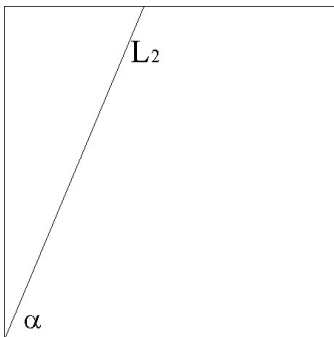
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Tomamos una hoja cuadrada de papel en la que, partiendo del ángulo inferior izquierdo, dibujamos una recta L_2 que forma con la base del cuadrado el ángulo α que pretendemos trisecar.

Superando a Euclides I. Trisiquemos un ángulo

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

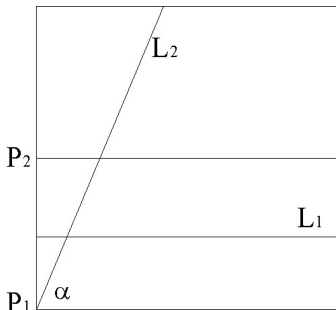
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Doblamos la hoja horizontalmente por la mitad y volvemos a doblar por su mitad la mitad inferior. Realizamos el pliegue que lleva el punto P_1 sobre la recta L_1 y el punto P_2 sobre la recta L_2 .

Demostrando la trisección

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

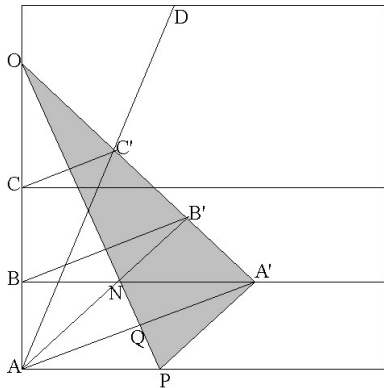
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Demostrando la trisección

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

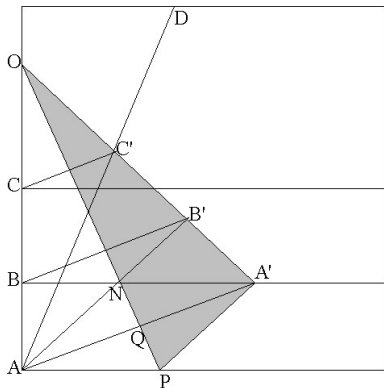
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



¿Cómo son los ángulos $\widehat{PAA'}$ Y $\widehat{AA'B}$? ¿Por qué?

Demostrando la trisección

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

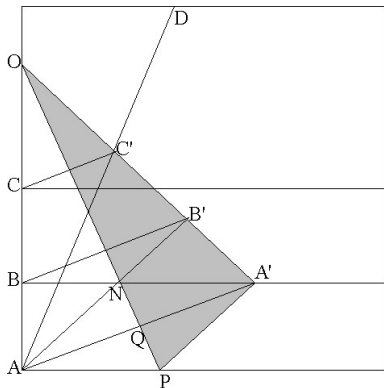
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



¿Cómo es el triángulo $\triangle ANA'$? ¿Por qué?

Demostrando la trisección

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

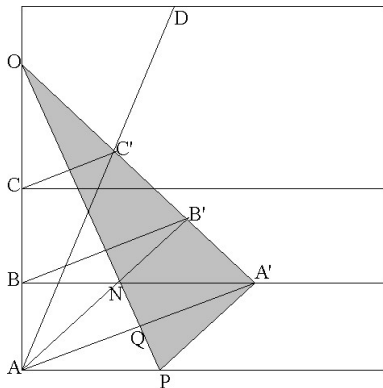
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



¿Cómo son los triángulos $\triangle C'AB'$ y $\triangle A'AB'$? ¿Por qué?



Superando a Euclides II. Dupliquemos el cubo

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Si tenemos un cubo de lado 1, ¿cuánto vale el lado de un cubo cuyo volumen sea el doble?



Superando a Euclides II. Dupliquemos el cubo

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

PARA DUPLICAR EL CUBO BASTA CON SABER
CONSTRUIR $\sqrt[3]{2}$
VAMOS A POR ELLO.



Superando a Euclides II. Dupliquemos el cubo

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

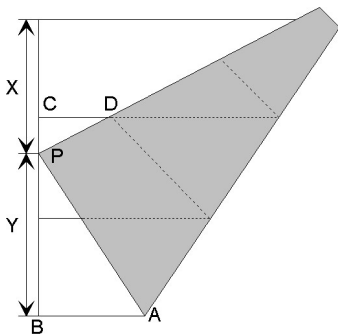
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Ahora doblamos el papel de tal modo que el punto P_1 (esquina inferior derecha) vaya sobre la recta L_1 (lado izquierdo) y que el punto P_2 vaya sobre la recta L_2 . Ahora tendremos lo siguiente:





Demostrando la duplicación

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

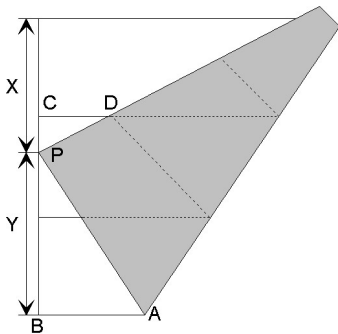
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Demostrando la duplicación

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

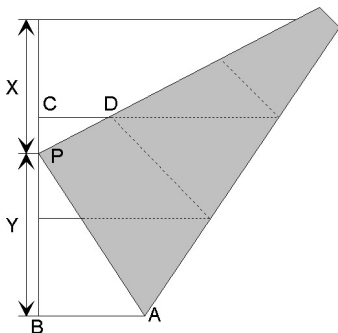
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Para empezar vamos a suponer que el lado del cuadrado es 1, es decir, que $X + Y = 1$. Si llamas $AB = a$ ¿cuánto vale AP ?

Demostrando la duplicación

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

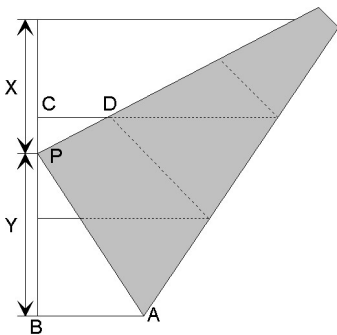
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



¿Cuánto vale PD ? ¿y PC ?

Demostrando la duplicación

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

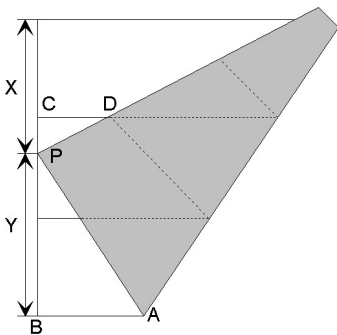
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Aplica el Teorema de Pitágoras a $\triangle ABP$, después despeja a .

Demostrando la duplicación

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

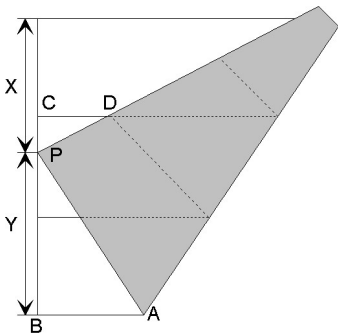
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Demuestra que $\frac{AP}{AB} = \frac{PD}{PC}$, después sustituye en la fórmula los valores que acabamos de obtener.

Demostrando la duplicación

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

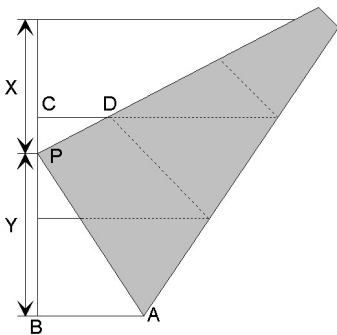
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Ten en cuenta que $X = 1 - Y$. Sustitúyelo en lo anterior

Demostrando la duplicación

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

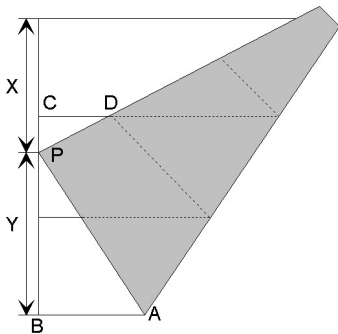
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Llama $\frac{X}{Y} = t$ ¿cuánto vale Y ? Sustitúyelo en la ecuación.

Demostrando la duplicación

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

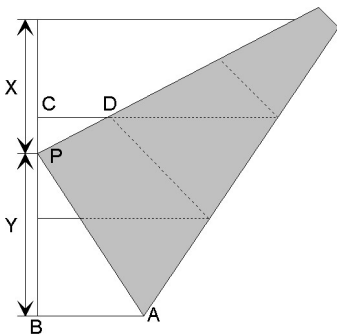
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



¿Cuánto vale t ?



¿Y la cuadratura del círculo?

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

ES UNA PENA, PERO EL CÍRCULO TAMPOCO PUEDE
CUADRARSE DOBLANDO PAPEL

Demostrando a Pitágoras

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

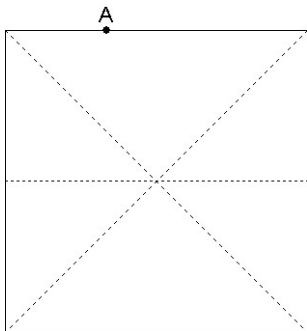
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Comenzamos tomando un cuadrado de papel y eligiendo un punto A cualquiera del lado superior. Doblamos por las líneas de puntos y vamos marcando los lugares en los que cae el punto A .

Demostrando a Pitágoras

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

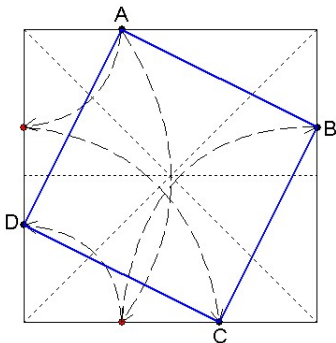
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Obtendremos algo así:



Demostrando a Pitágoras

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

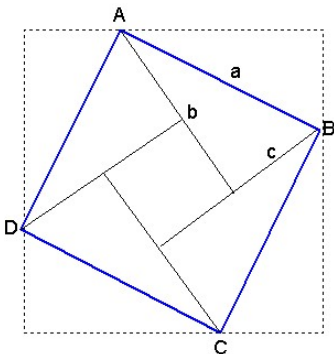
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

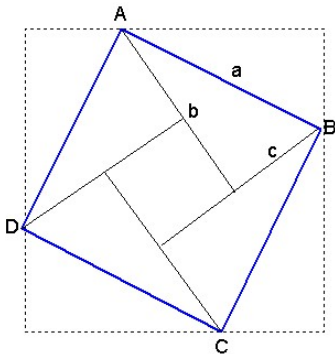
Despedida

Doblamos por las líneas azules y tenemos el siguiente dibujo:



Demostrando a Pitágoras

Doblamos por las líneas azules y tenemos el siguiente dibujo:



Demuestra el Teorema de Pitágoras calculando de dos formas distintas el área del cuadrado $ABCD$

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



De rectángulo a hexágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

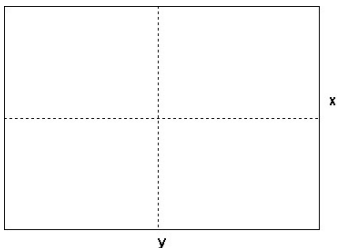
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Doblamos el papel por la mitad vertical y horizontalmente siguiendo las líneas de puntos.



De rectángulo a hexágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

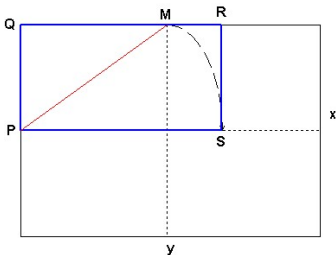
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Llevamos con el compás el punto medio del lado superior sobre la mediatriz horizontal. Formamos el rectángulo $PQRS$



De rectángulo a hexágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

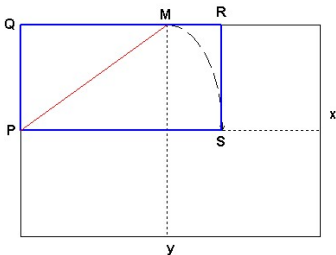
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Llevamos con el compás el punto medio del lado superior sobre la mediatriz horizontal. Formamos el rectángulo $PQRS$



¿Cuánto vale el cociente $\frac{PS}{PQ}$?

De rectángulo a hexágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

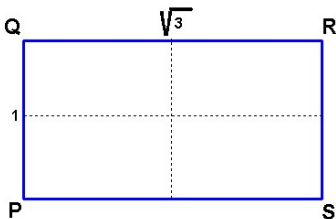
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Recortamos ahora el rectángulo $PQRS$ y volvemos a doblarlo por la mitad como antes.





De rectángulo a hexágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

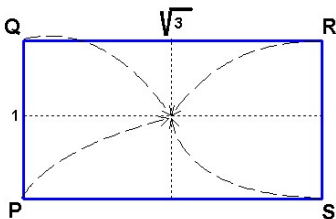
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Doblamos el rectángulo de manera que las esquinas del mismo caigan sobre el centro.



De rectángulo a hexágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

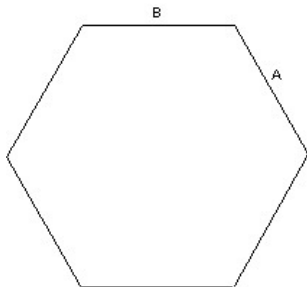
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Obtenemos un hexágono como el de la figura.



Además es regular...¿por qué?

De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

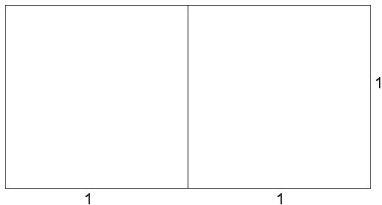
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Partimos de un rectángulo el doble de largo que de alto.





De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

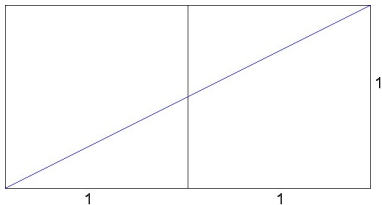
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Trazamos la diagonal del rectángulo.



De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

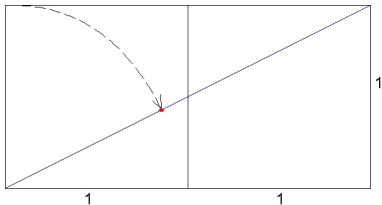
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Llevamos el lado del rectángulo sobre la diagonal.



De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

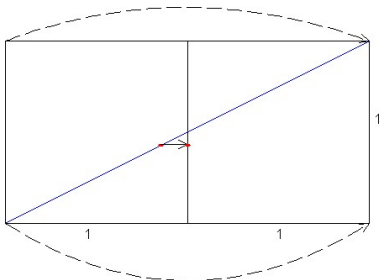
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Llevamos el punto sobre la línea que divide en 2 el rectángulo y doblamos por la mitad.





De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

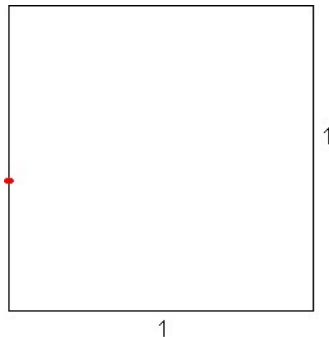
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Tenemos algo como esto:





De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

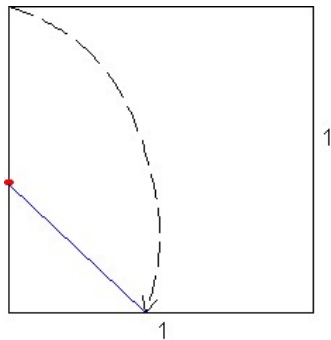
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Centrando en el punto marcado, y abriendo hasta el extremo superior, llevamos esa medida sobre la base del cuadrado. Dibujamos la línea y doblamos por ella.



De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

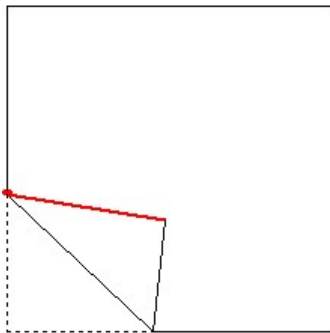
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

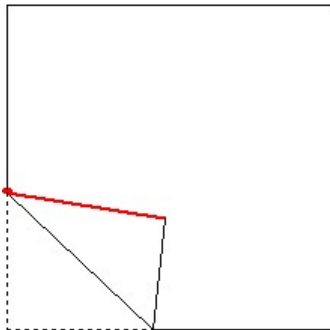
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Doblamos por la línea roja

De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

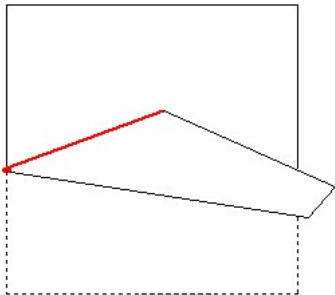
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

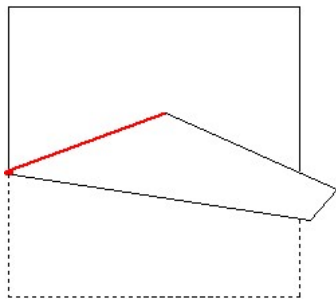
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Doblamos por la línea roja



De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

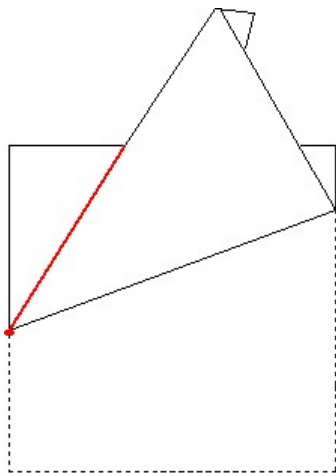
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida





De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

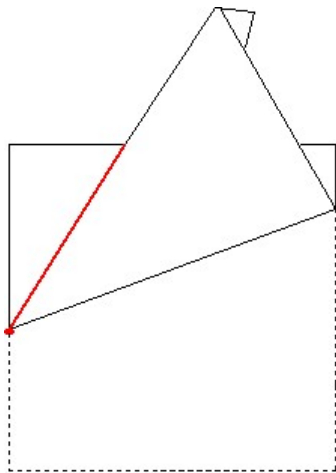
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Doblamos por la línea roja

De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

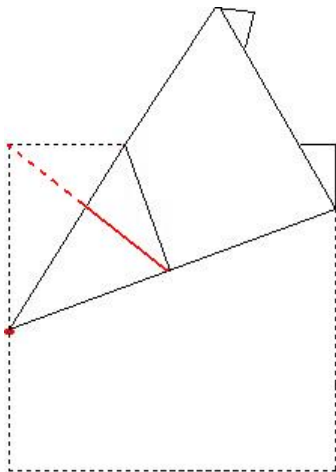
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida





De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

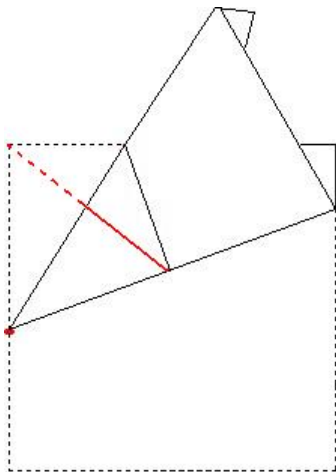
Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida



Doblamos por la línea roja y lo desdoblamos todo

De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

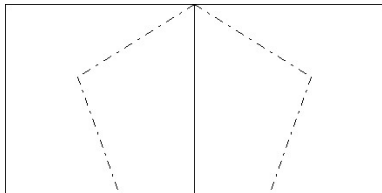
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Obtenemos un pentágono como el de la figura



De rectángulo a pentágono

Matemáticas y
Origami

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

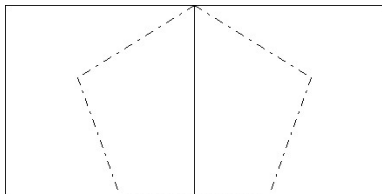
¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

Obtenemos un pentágono como el de la figura



Además es regular...¿sabrías ver por qué?



¡Gracias a
Todos!

Antonio M.
Oller
oller@unizar.es

Los Axiomas
de Euclides

Los Problemas
Clásicos

Los Axiomas
de Huzita

Igualando a
Euclides

Más Allá de
Euclides

¡A por
Pitágoras!

De Rectángulo
a Hexágono

De Rectángulo
a Pentágono

Despedida

¡Gracias a Todos!

Antonio M. Oller
oller@unizar.es

31 de Marzo de 2006